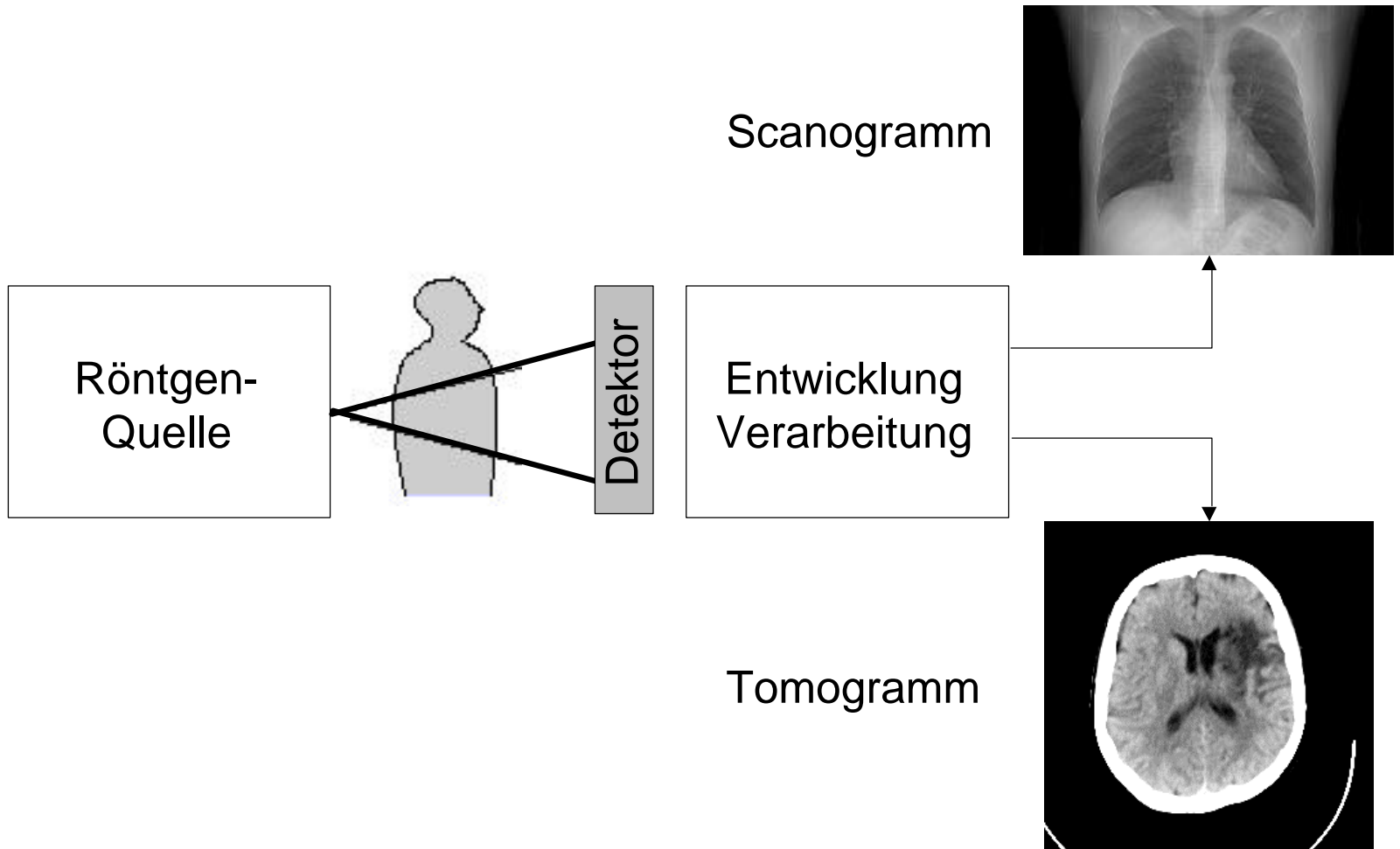


Bildgebung mit Röntgenstrahlen

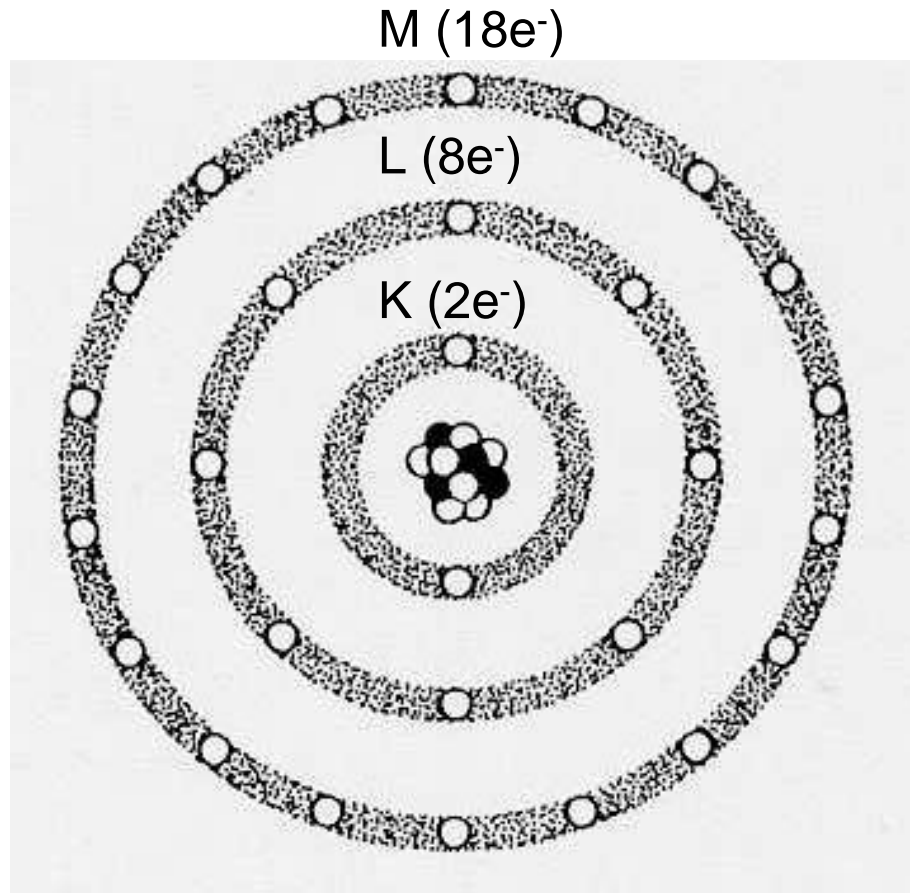
Wechselwirkung mit Materie

Bildgebung mit Röntgenstrahlen



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

**Bohrsches
Atommodell**



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Wechselwirkung mit Materie

Röntgenquant interagiert mit Objekt und ändert seine Richtung, aber

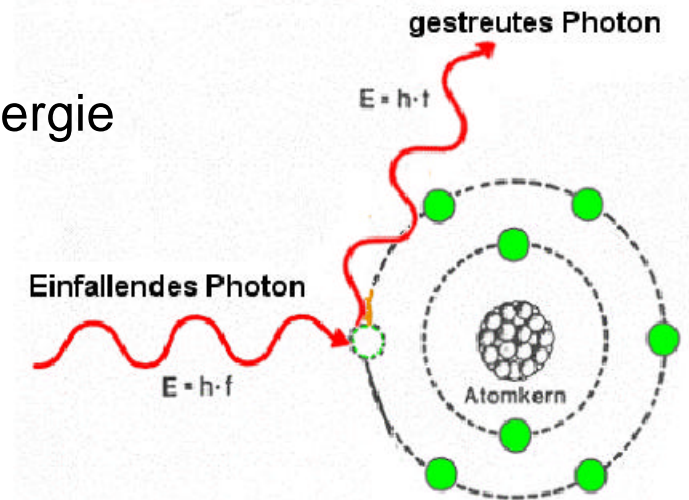
- keine Absorption
- keine Änderung der Photonen-Energie

Größe Streukörper \ll Wellenlänge

tritt bei $\sim 5\%$ der applizierten Röntgenstrahlen auf

nachteilig für Bildgebung: Hintergrundrauschen („*film fog*“)

Kohärente Streuung



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Wechselwirkung mit Materie

Röntgenquant überträgt gesamte Energie auf Hüllenelektron
(vor allem *K*- und *L*-Schale)

Abhängig von Photonenenergie

Effekt $\sim 1/E^3$ (bei hohen Energien)

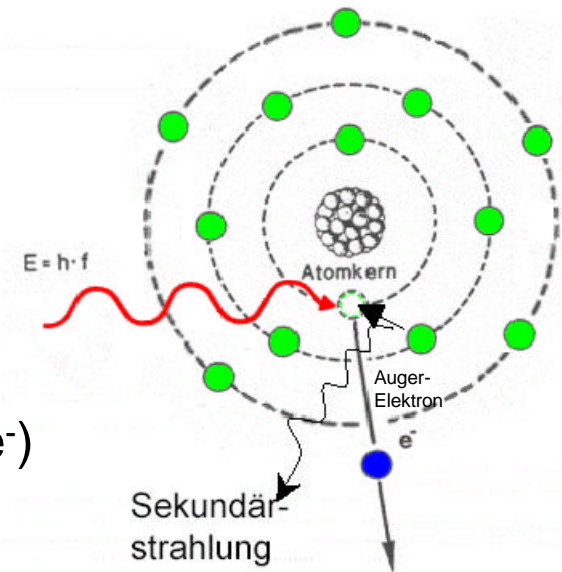
Energiebilanz: $h \cdot f = 1/2 m_e v^2 + E_a$

Sekundärstrahlung beim Auffüllen
der Schale durch äußeres Elektron (Auger e^-)

Auftretenswahrscheinlichkeit $\sim Z^3$

(\Rightarrow Verstärkung der Absorptionsdifferenzen verschiedener Gewebe)
wichtig für diagnostische Radiologie !!

Photo-Effekt



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Wechselwirkung mit Materie

$$E_\gamma < 1.022 \text{ MeV:}$$

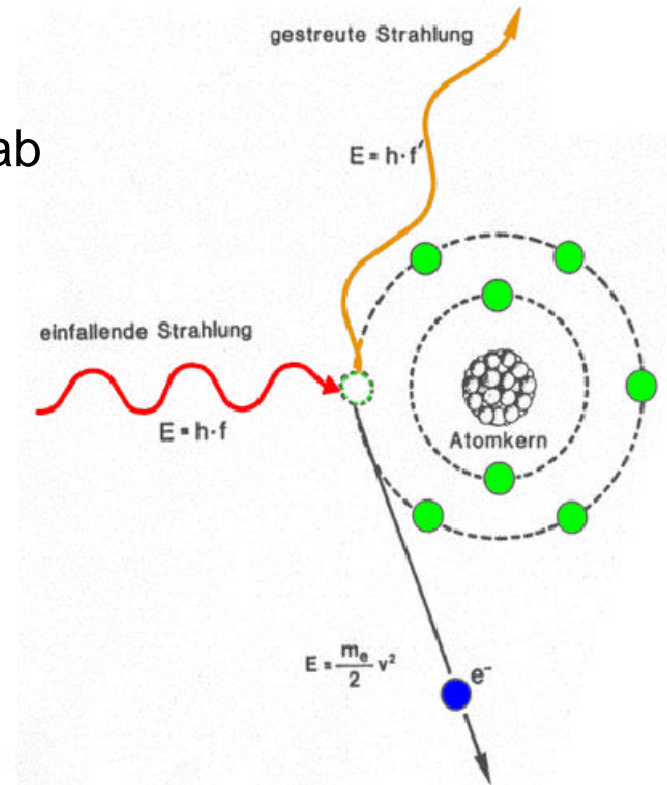
Der an das Elektron abgegebene Energiebetrag hängt vom Streuwinkel ϕ ab

Eher bei Elektronen der äußeren Schalen (Bindungsenergie des Elektron spielt keine Rolle)

Energiebilanz:

$$E_\gamma + E_{0e} = E_{\gamma'} + E_e$$

Compton-Effekt



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Wechselwirkung mit Materie

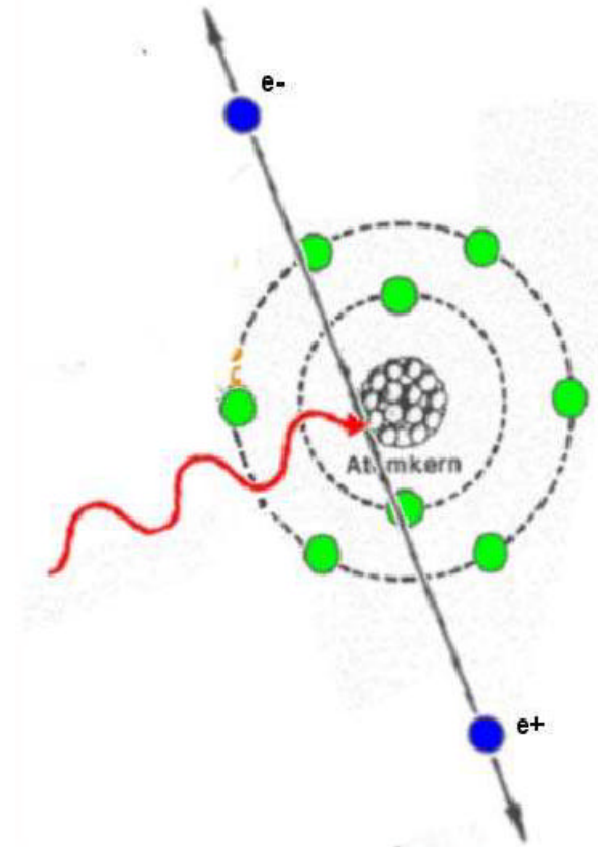
$$E_{\gamma} \geq 1.022 \text{ MeV:}$$

Erzeugung eines Elektron/Positron Paares,
wenn Energie des Röntgenquants
größer/gleich zweifacher Ruheenergie des
Elektrons

Energiebilanz:

$$E_{\gamma} = E_e + E_p + 2m_e c^2$$

Paarbildung



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Zusammenfassung der Wechselwirkungsarten

- 1. Photo-Effekt:** vollständige Übertragung der Energie des Röntgenquants auf Hüllenelektron
↳ **Absorption**
- 2. Compton-Effekt:** Strahlung wird an Elektronen gestreut. Gestreute Strahlung geringer Energie und andere Richtung
↳ **Streuung**
- 3. Paarbildung:** Strahlung ($E \geq 1.022 \text{ MeV}$) wird in Gegenwart eines Atomkerns in Elektron und Positron umgewandelt
↳ **Umwandlung Strahlung in Materie**

↳

Schwächung = Absorption + Streuung

Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Quantitative Erfassung der Schwächung

Absorptionsgesetz

Teilchenrate: $N = \frac{\text{Teilchen}}{\text{Zeit}} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$

Intensität: $I = \frac{\text{Energie}}{\text{Fläche} \cdot \text{Zeit}} = \frac{E}{\Delta A \cdot \Delta t}$

Bei mono-energetischer Strahlung: $E = \Delta n \cdot E_\gamma$

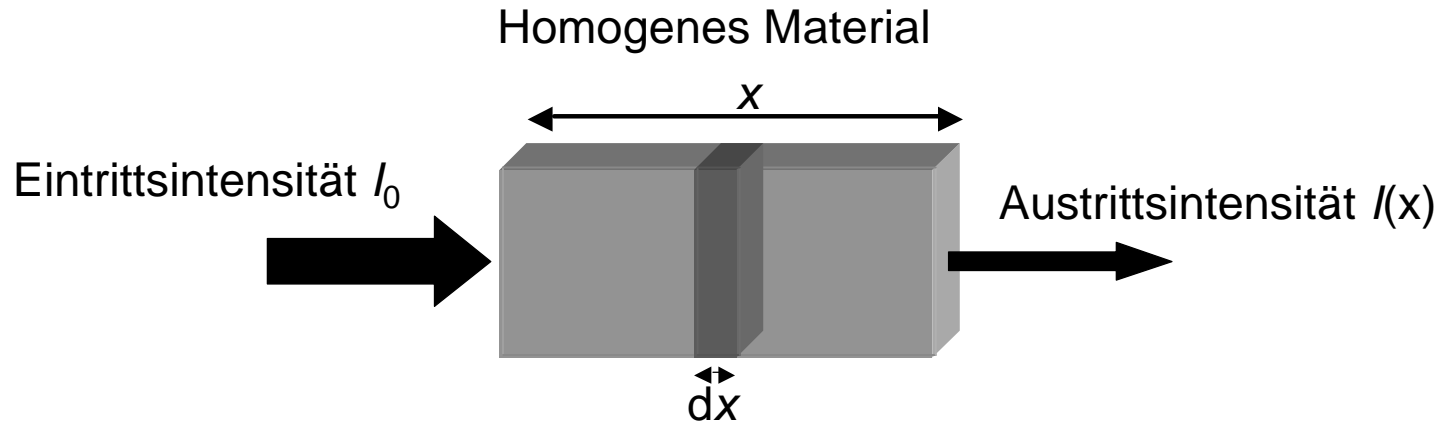
$$\Rightarrow I = \frac{E_g \cdot \Delta n}{\Delta A \cdot \Delta t} = \frac{E_g}{\Delta A} \cdot N$$

$$\Rightarrow I \propto N$$

Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Quantitative Erfassung der Schwächung

Absorptionsgesetz



$$dN = -\mathbf{m} \cdot N \cdot dx$$

μ = linearer Schwächungskoeffizient

$$\Rightarrow N(x) = N_0 \cdot e^{-\mathbf{m} \cdot x}$$

$$\Rightarrow I(x) = I_0 \cdot e^{-\mathbf{m} \cdot x}$$

Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Quantitative Erfassung der Schwächung

Absorptionsgesetz

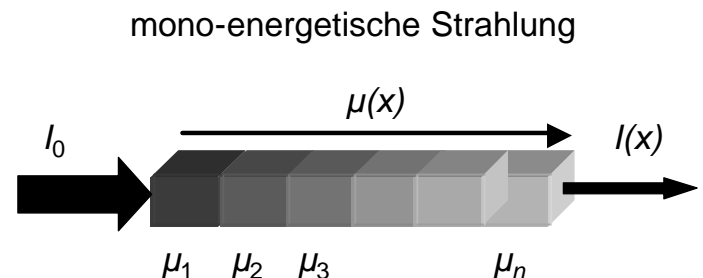
Bei **fest** gewähltem E_γ gilt im allgemeinen:

$$dN = -\mathbf{m}(x, y, E_g, \mathbf{r}, Z) \cdot N \cdot dx \Leftrightarrow \frac{dN}{N} = -\mathbf{m}(x, y, E_g, \mathbf{r}, Z) \cdot dx$$

$$\Leftrightarrow \int_{N_0}^N \frac{1}{N} dN = -\int_0^x \mathbf{m}(x, y, E_g, \mathbf{r}, Z) dx$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\int_0^x \mathbf{m} dx \Leftrightarrow N = N_0 \cdot \exp\left(-\int_0^x \mathbf{m} dx\right)$$

$$\Rightarrow I = I_0 \cdot \exp\left(-\int_0^x \mathbf{m} dx\right)$$



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Schwächungskoeffizient μ

Absorptionsgesetz

Allgemein gilt:

$$\mu = \tau + \sigma + (\chi)$$

Photo-Effekt Compton-Effekt Paarbildung

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{r}}{A} \cdot N_A \cdot \mathbf{m}' = \frac{\mathbf{r}}{A} \cdot N_A \cdot (\mathbf{t}' + \mathbf{s}')$$

μ' = Wirkungsquerschnitt
pro Atom

wobei $\mathbf{t}' = \mathbf{t}'(E_g, Z) = Z^5 \cdot C(Z) \cdot \mathbf{t}'_0(E_g)$

und $\mathbf{s}' = \mathbf{s}'(E_g, Z) = Z \cdot \mathbf{s}'_0(E_g)$

Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Schwächungskoeffizient μ

Absorptionsgesetz

Allgemein gilt: $\mathbf{m}_{ges} = \mathbf{m}_{photo} + \mathbf{m}_{compt} + \mathbf{m}_{paar}$ [cm⁻¹]

$$\mathbf{m}_{photo} = \frac{Z^{3.8}}{E_g^3}$$

$$\mathbf{m}_{compt} \approx \frac{Z}{E_g}$$

$$\mathbf{m}_{paar} \approx Z^2 \ln E_g$$

(alternativ: Massenabsorptionskoeffizient μ/ρ [cm²/g])

Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Schwächungskoeffizient μ

Z-Abhängigkeit

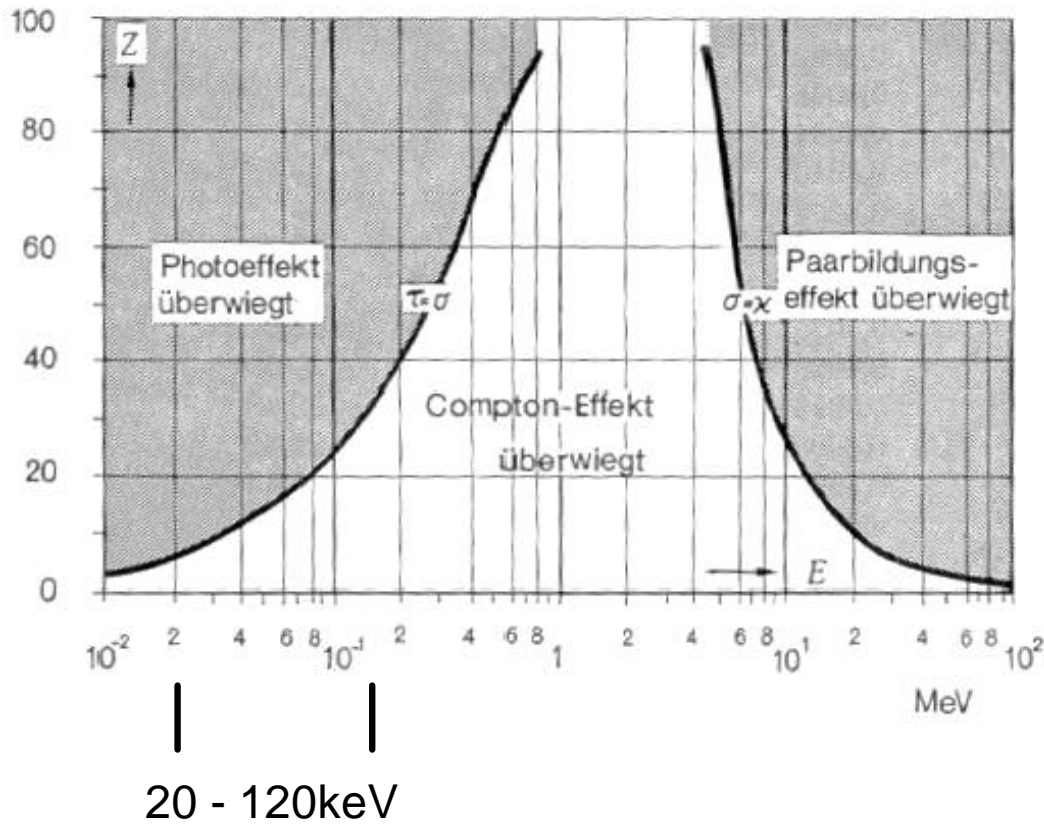
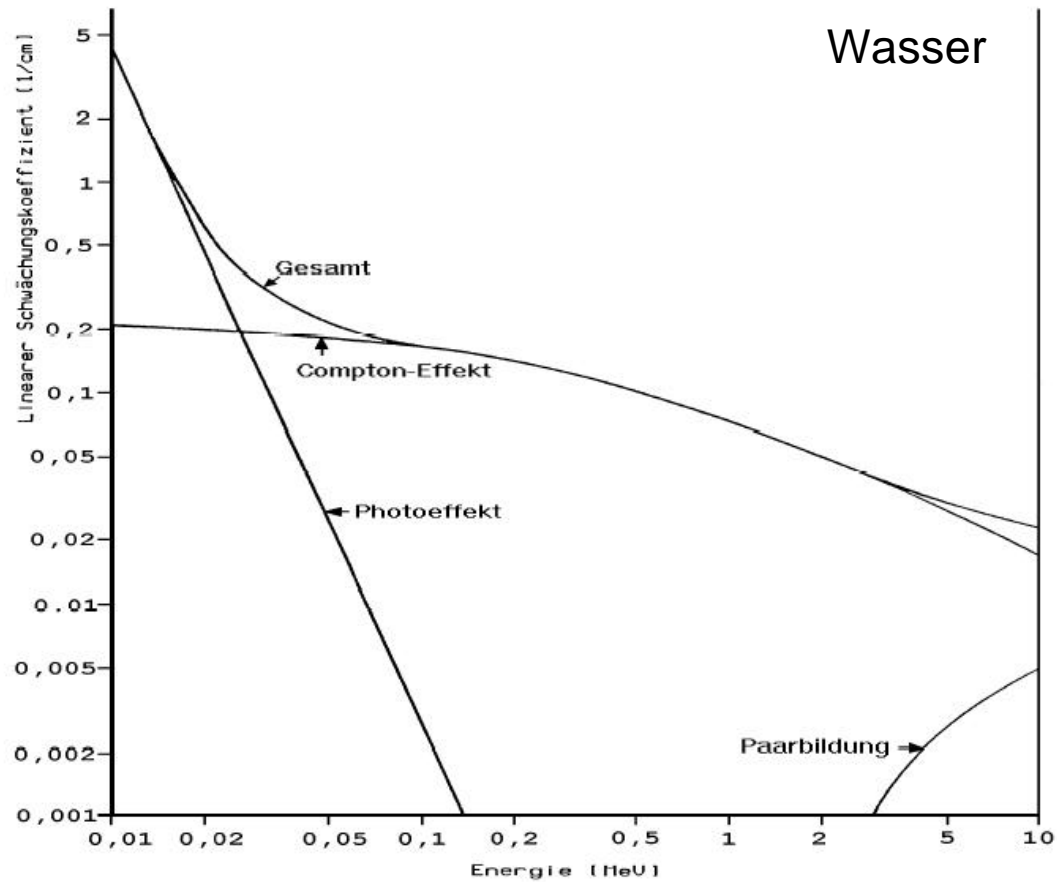


Abb. 6-15. Die Bereiche mit überwiegendem Photoeffekt, Compton-Effekt und Paarbildungseffekt werden durch die Kurven begrenzt, längs deren der Photoabsorptionskoeffizient τ gleich dem Streukoeffizient σ bzw. der Streukoeffizient σ gleich dem Paarbildungskoeffizienten χ als Funktion der Ordnungszahl Z und der Photonenenergie E ist

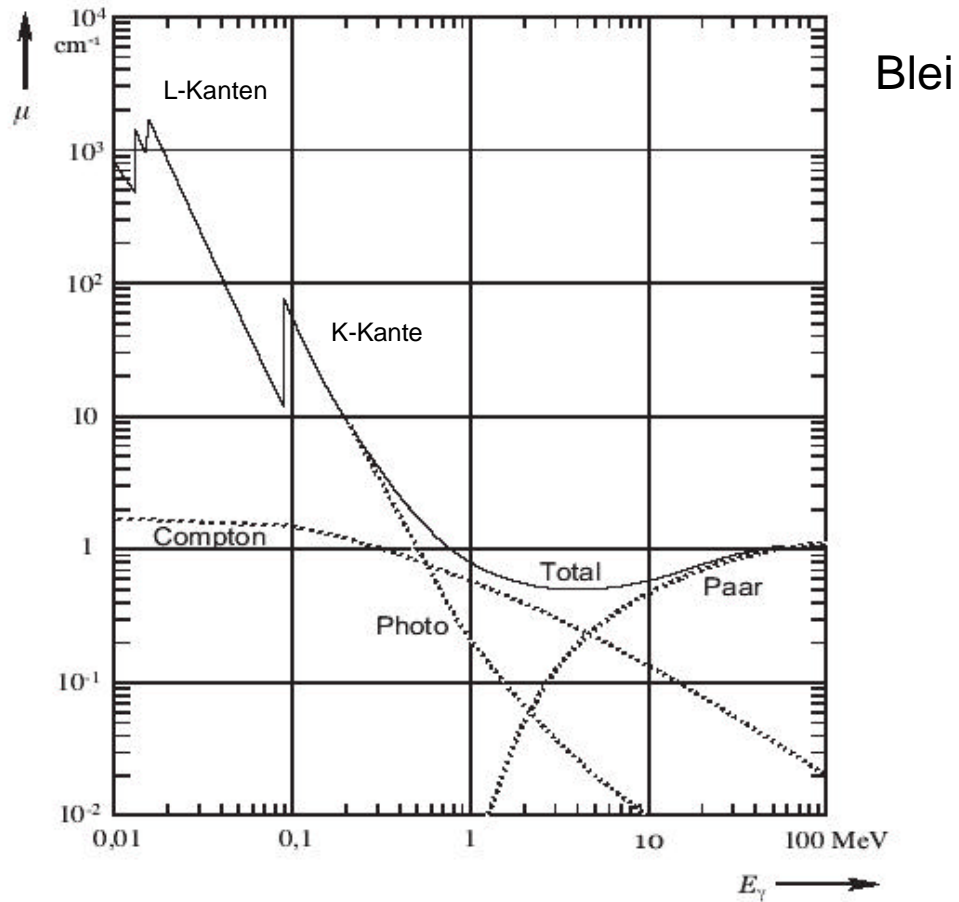
Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Schwächungskoeffizient μ



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Schwächungskoeffizient μ



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Massenabsorptionskoeffizient

Absorptionsgesetz

Anzahl der absorbierten bzw. streuenden Atome ist proportional zur Dichte des Absorbers

Massenabsorptionskoeffizient $\mu' = \mu/\rho$ [cm²/g] entspricht Schwächungskoeffizienten, wenn der Absorber die Dichte $\rho=1$ hat

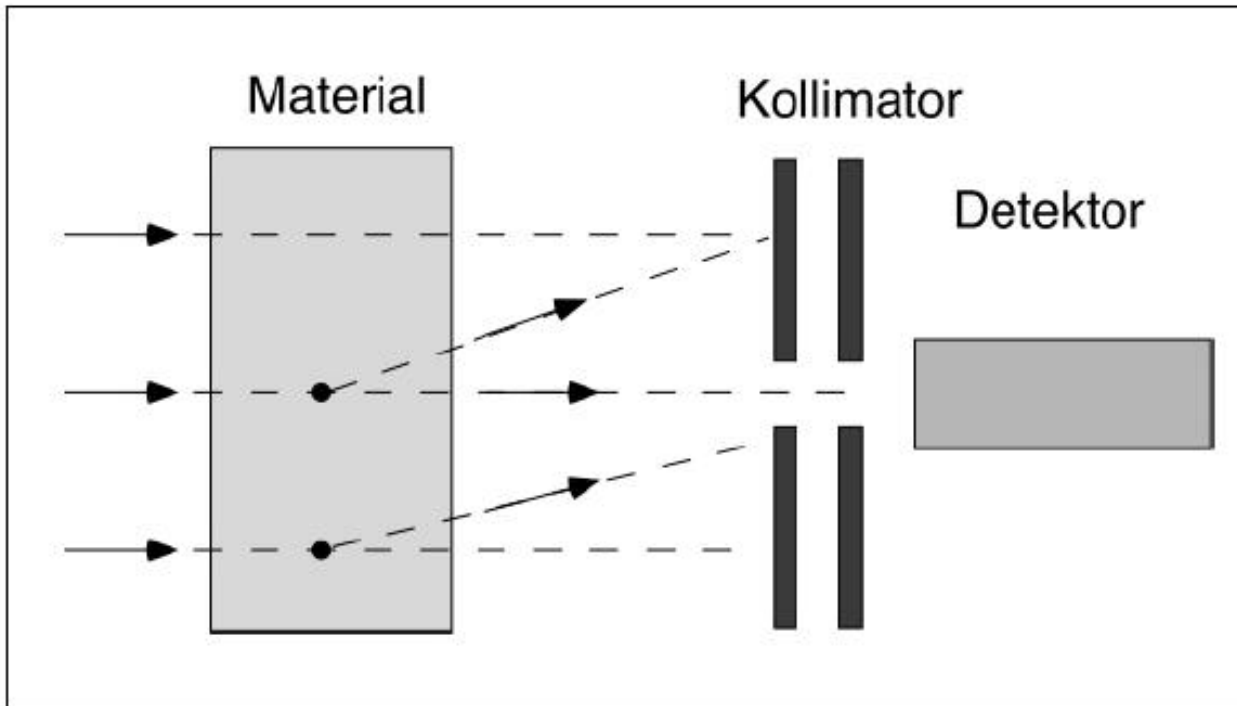
Bei gemischten Elementen gilt:

$$\mathbf{m}' = \sum_i \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}} \right)_i \cdot p_i \quad p_i = \text{Massenanteil des } i\text{-ten Elements}$$

$$\sum_i p_i = 1$$

Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Meßanordnung für die Messung des Schwächungskoeffizienten μ

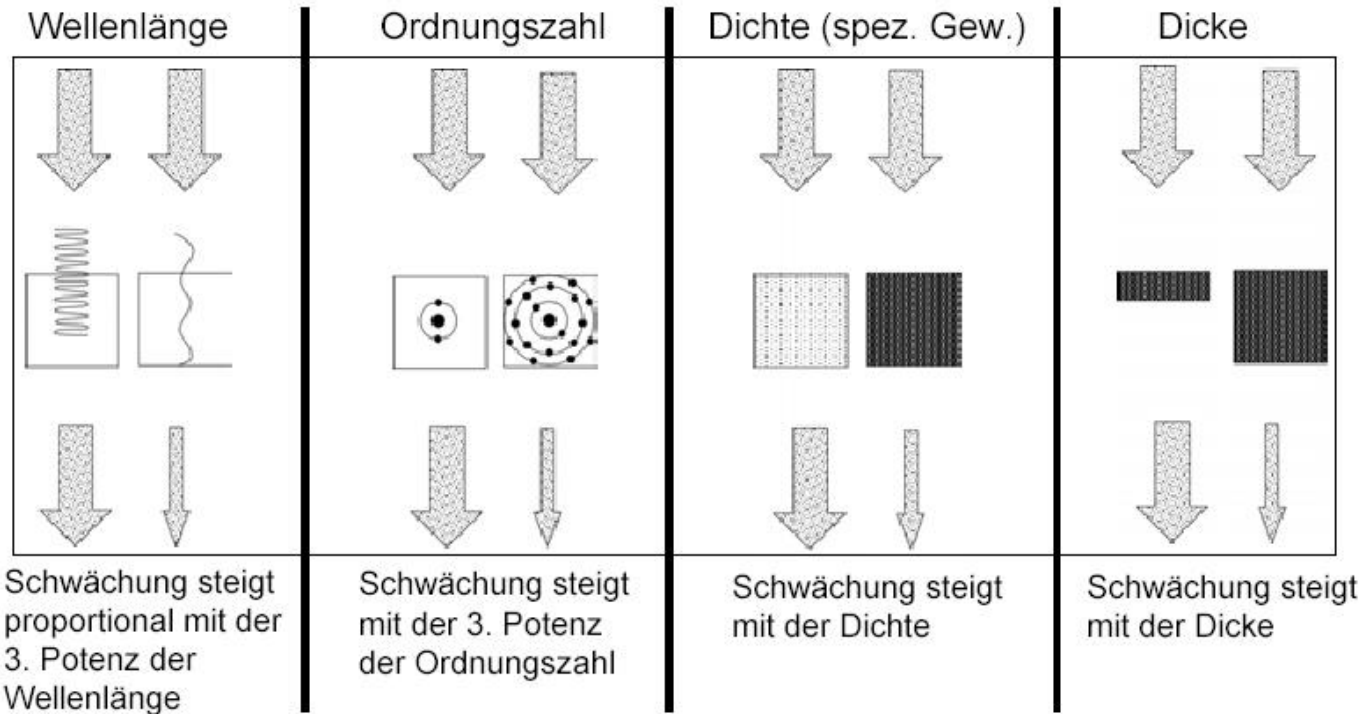


Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Schwächungskoeffizient μ

Absorptionsgesetz

Schematisches Modell der Schwächungsfaktoren



Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Wechselwirkung mit Materie

**Röntgen-Strahlung
wird durch die
Elektronen-Dichte
geschwächt**

Bildgebung mit Röntgenstrahlen

Wirkungsquerschnitt

Nicht jedes in Materie eindringende Quant hat eine Wirkung !
(direkte Kollision mit Atom erforderlich)

Wirkungsquerschnitt σ :

$$\sigma_{\text{Wechselwirkung}} = \mu_{\text{Wechselwirkung}} / \text{Teilchendichte}$$

Schwächung (Schwächungskoeffizient μ) steigt mit:

- Wellenlänge der Röntgenstrahlung
- Ordnungszahl des Materials
- Dichte des Materials
- Dicke des Materials