

Definitionen

Bandbegrenzung

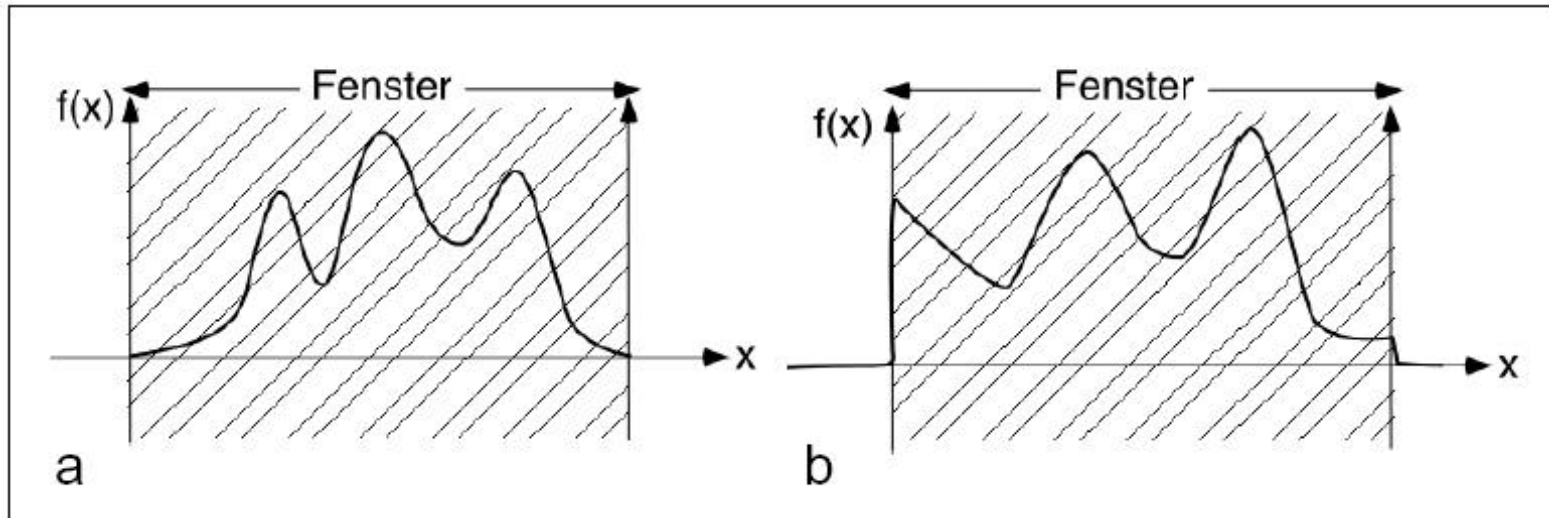


Bild in (b) nicht band-begrenzt:

scharfe Kanten = Dirac-Funktionen = *weißes* Spektrum

Erfordert ***Tapering*** vor Digitalisierung

(Multiplikation mit geeigneter Fensterfunktion; „auf Null drücken“)

Definitionen

Abtastung

Abtastung: Multiplikation eines Signals mit einer Kammfunktion

Periodisierung: Faltung eines Signal mit einer Kammfunktion
(Nyquistbedingung: periodische Fortsetzbarkeit)

Abtasttheorem: bei Einhaltung der Nyquistbedingung liefert die bandbegrenzte Interpolation (sinc-Reihe) die Originalfunktion, ansonsten entstehen Aliasing-Fehler

Abtastintervall: mindestens doppelt so groß wie die größte im Signal vorkommende Frequenz.

Definitionen

Filterung

Sei f_G **Grenzfrequenz**

Hochpass-Filter:

- alle **Frequenzanteile unterhalb f_G** werden auf **0** gesetzt (gelöscht)
- alle **Frequenzanteile oberhalb f_G** werden mit **1** multipliziert (durchgelassen)

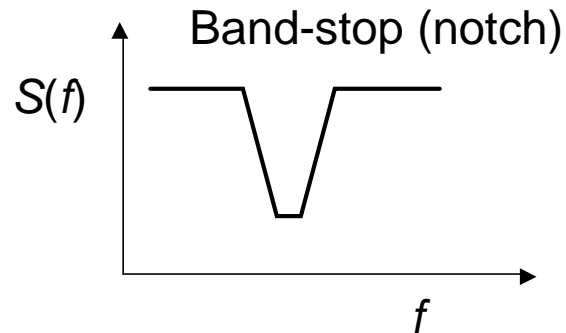
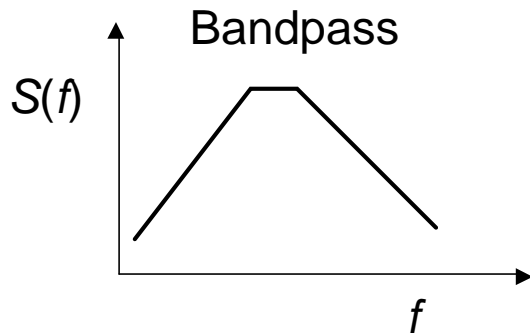
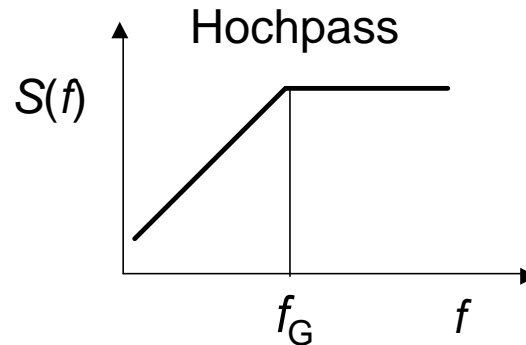
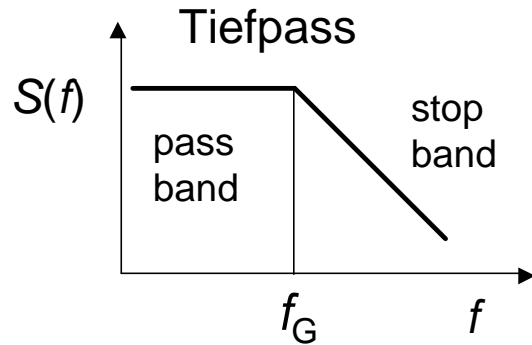
Tiefpass-Filter:

- alle **Frequenzanteile oberhalb f_G** werden auf **0** gesetzt (gelöscht)
- alle **Frequenzanteile unterhalb f_G** werden mit **1** multipliziert (durchgelassen)

Systemtheorie abbildender Systeme

Definitionen

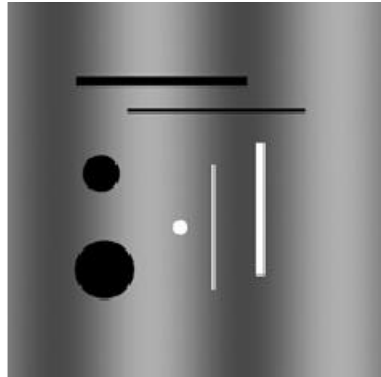
Filterung



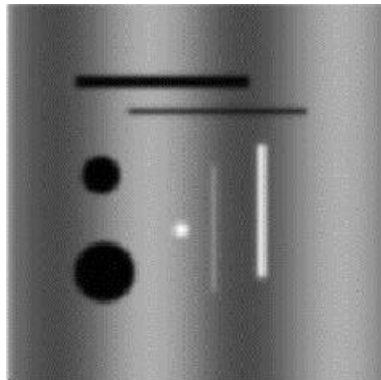
Definitionen

Filterung

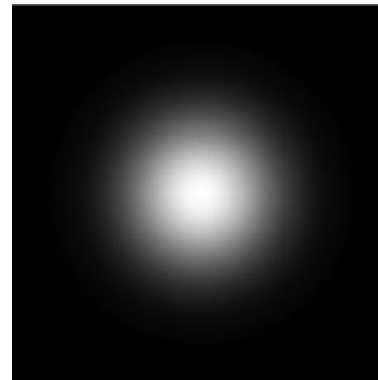
Original



Tiefpass-
gefiltert



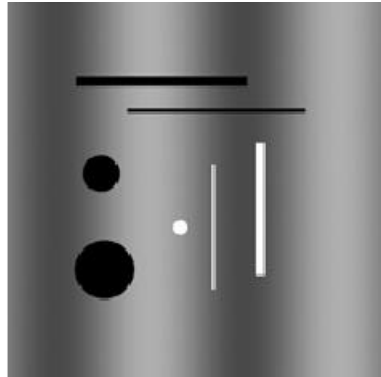
MTF(u,v) des
Tiefpass-Filters



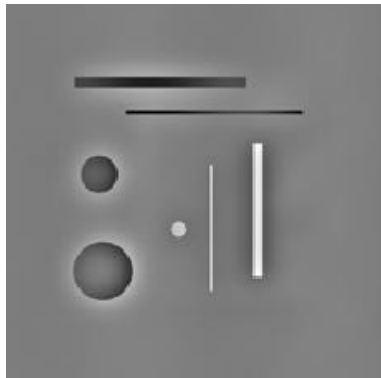
Definitionen

Filterung

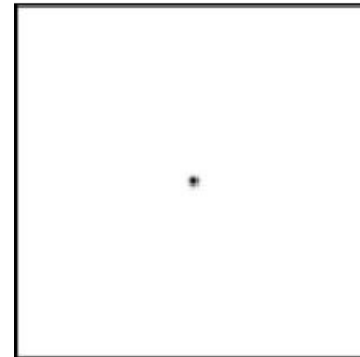
Original



Hochpass-
gefiltert



MTF(u,v) des
Hochpass-Filters

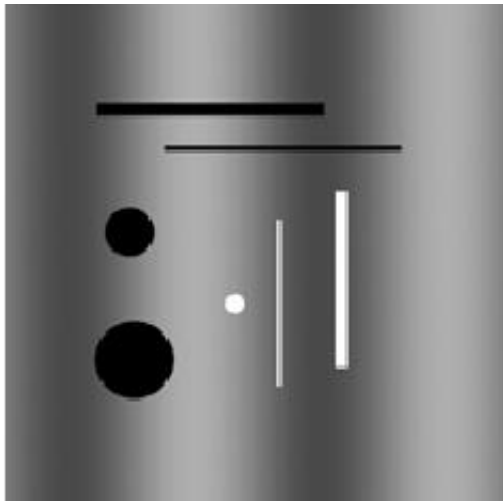


Systemtheorie abbildender Systeme

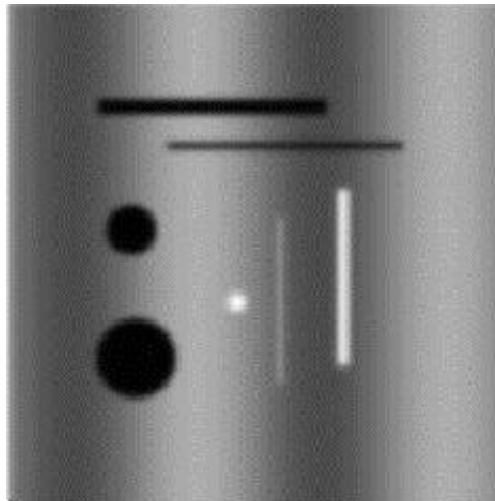
Definitionen

Filterung

Original

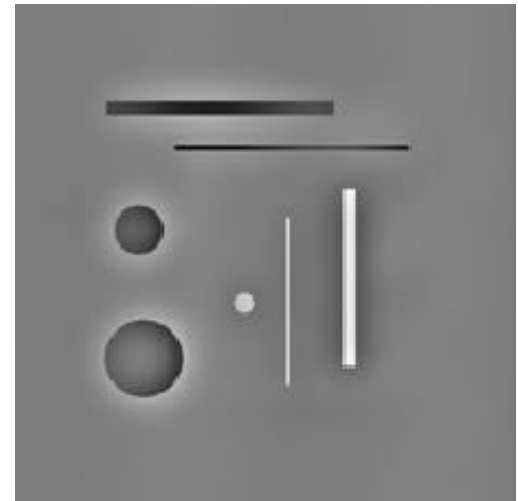


Tiefpass-
gefiltert



„Verschmierung“

Hochpass-
gefiltert



„Kantenbetonung“

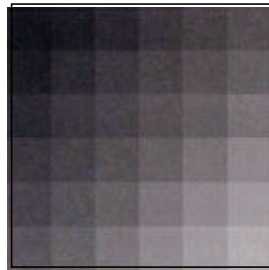
Systemtheorie abbildender Systeme

Definitionen

Filterung

synthetisches
120 x 120
Grauwerte
Schachbrett

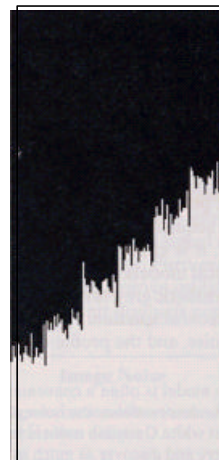
Original



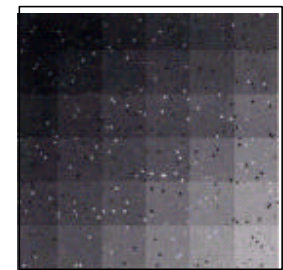
Grauwerte-
Profil
entlang einer
Reihe



Weißes Rauschen
($\sigma = 5$)



“salt and pepper”
Rauschen



Definitionen

Mittelwert-Filter

Glättung durch lokale Mittelung (Tiefpass)

Annahme:

Bild hat niedrigen Frequenzgehalt

Rauschen hat hohen Frequenzgehalt

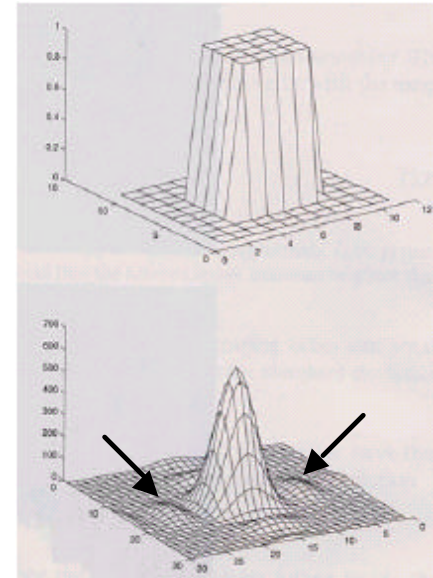
Ortsraum:

Rechteck-Kernel

ersetze original Pixel durch gewichtete Summe der Nachbarpixel

Nachteil: verursacht Echos ("ringing") wg. Faltung mit $\sin(x)/x$

Filterung



Systemtheorie abbildender Systeme

Mittelwert-Filter (3x3 Tiefpass)

Originalbild
+ weißes Rauschen



gefiltertes
Bild



Systemtheorie abbildender Systeme

Mittelwert-Filter (3x3 Tiefpass)

Originalbild
+ salt and pepper noise



gefiltertes
Bild



Definitionen

Gauss-Filter

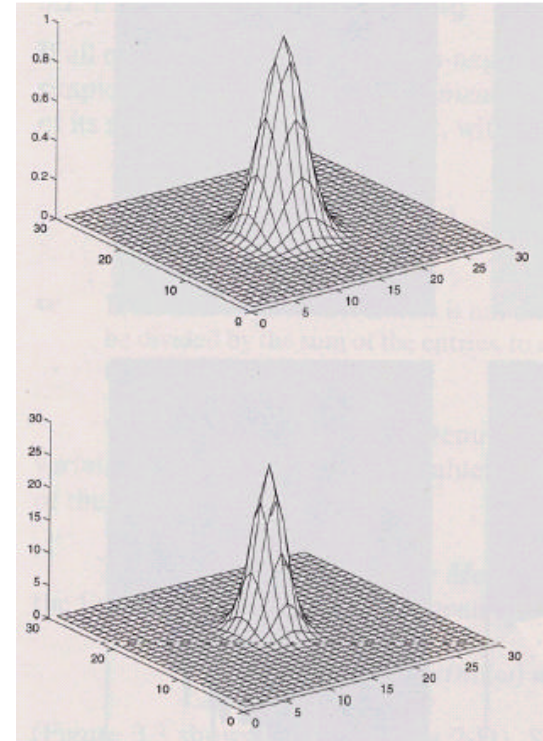
Erweiterung des Mittelwert-Filter
ersetze Rechteck durch Gauß-Funktion

verringert Echos

besserer Tiefpass als Mittelwert-Filter
(FT einer Gauß-Funktion ist Gauß-Funktion)

einfach implementierbar und schnell:
Gauß-Kernel zerlegbar:
2D-Filter als zwei 1D-Filter realisierbar

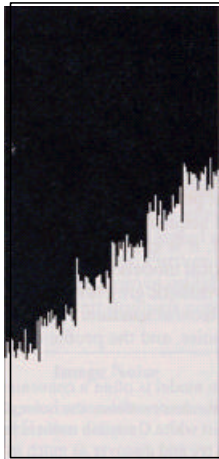
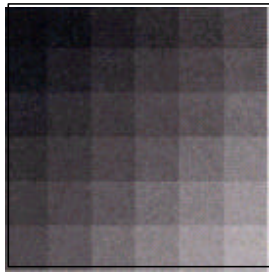
Filterung



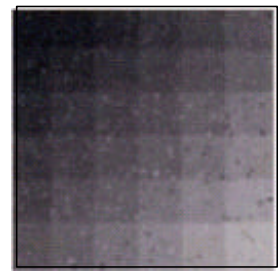
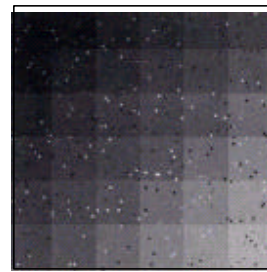
Systemtheorie abbildender Systeme

Gauß-Filter (Kernelbreite: 5 pixel)

Weißes Rauschen
($\sigma = 5$)



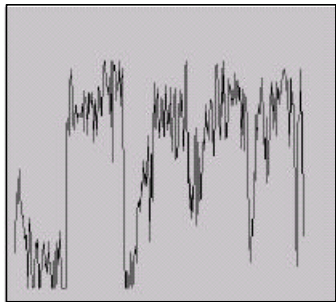
salt and pepper
Rauschen



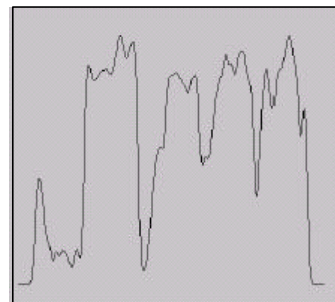
Systemtheorie abbildender Systeme

Gauß-Filter

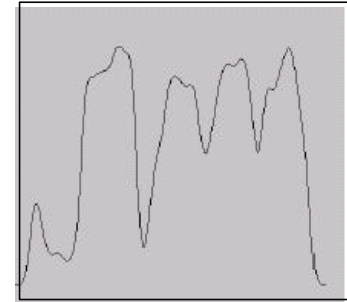
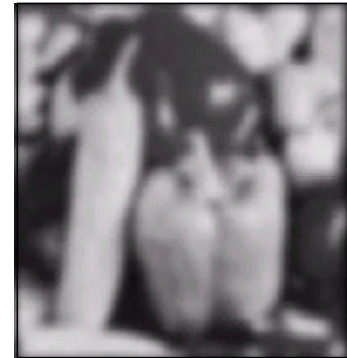
ohne Filter



Kernelbreite: 10 pixel



Kernelbreite: 20 pixel

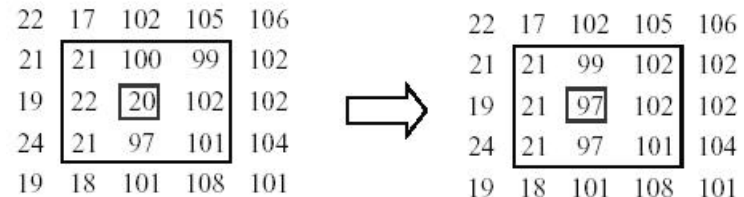


Definitionen

Median-Filter (Rangordnungsfiler)

für jedes Pixel $p(i,j)$ und seine $n \times n$ Nachbarschaft,

- sortiere Pixel
- ersetze $p(i,j)$ mit Median



Vorteile:

verringert Echos

erhält Diskontinuitäten im Bild

kein Einfluß von stark verrauschten Pixeln

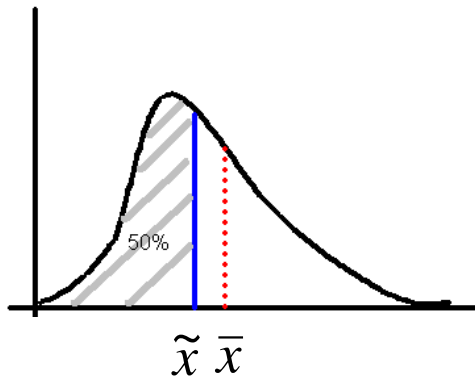
Nachteile:

lange Berechnungszeiten

Filterung

Definitionen

Median



Median ist derjenige Punkt der Messwertskala unterhalb und oberhalb dessen jeweils die Hälfte der Messwerte liegen.

Bei diskreten Messwerten:

- sortiere zunächst der Größe nach (Rangordnung)
- dann:

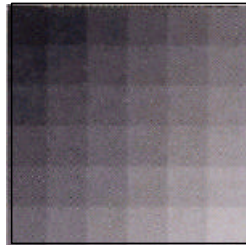
$$\tilde{x} = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2} \text{ falls } N \text{ gerade}$$

$$\tilde{x} = x_{\frac{N+1}{2}} \text{ falls } N \text{ ungerade}$$

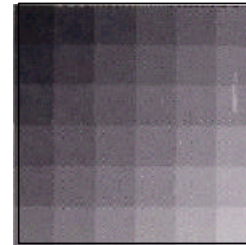
- Median (auch Zentralwert) verwenden, wenn Messwertverteilung von Normalverteilung abweicht.
- Median ist unempfindlich gegenüber Ausreißern

Median-Filter

Weißes Rauschen
($\sigma = 2$)



Filter mit
2 x 2
Nachbarschaft



Median-Filter

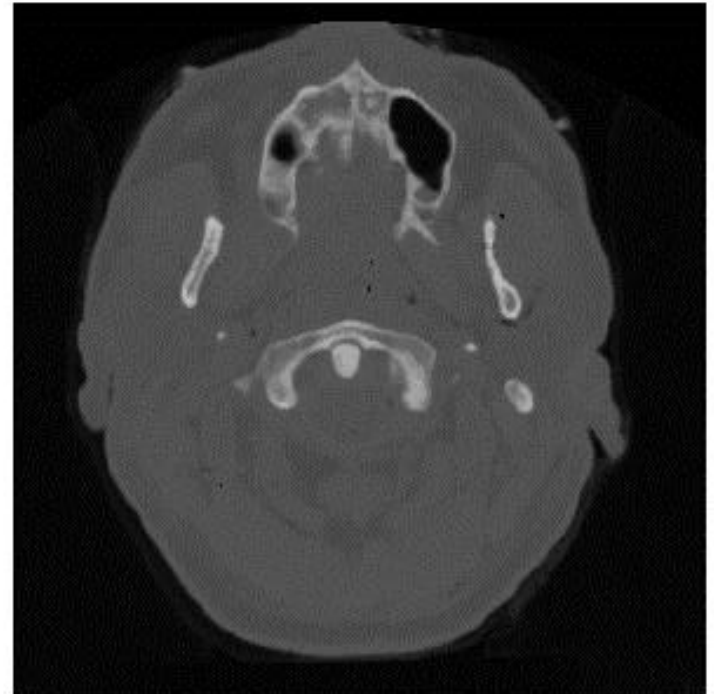
salt and pepper Rauschen



Filter mit 2x2 Nachbarschaft



Median-Filter



Systemtheorie abbildender Systeme

Zusammenfassung (I)

Voraussetzung: Ein abbildendes System ist linear und verschiebungsinvariant

(1) Die Abbildung einer physikalischen Messgröße $f(x,y)$ mit Hilfe eines abbildenden System lässt sich mathematisch als Faltung der Funktion $f(x,y)$ mit einer, das abbildende System charakterisierenden Funktion $h(x,y)$ darstellen. Es gilt: $g(x,y) = f(x,y) * h(x,y)$, wobei $g(x,y)$ die Ausgabefunktion des abbildenden Systems bezeichnet

(2) Mit Hilfe des Faltungstheorems ist eine äquivalente Beschreibung in einem reziproken Raum gegeben (Faltung im Ortsraum entspricht Multiplikation im Fourierraum), so dass gilt: $G(u,v) = F(u,v) * H(u,v)$, wobei G, F, H die Fourier-transformierten der Funktionen f, g, h bezeichnen.

(3) Die Funktion $h(x,y)$ im Ortsraum heißt **Punktbildfunktion** (engl. point spread function), die Funktion $H(u,v)$ im reziproken Raum heißt **komplexe Übertragungsfunktion** (engl. transfer function)

Zusammenfassung (II)

(4) Wichtige Kenngrößen zur Charakterisierung eines abbildenden Systems:

Auflösungsvermögen

- Punktbildfunktion im Ortsraum (Abtastung)
- Modulationstransferfunktion $MTF(u,v) = |H(u,v)|$ im Fourierraum

Rauschen

- Detective Quantum Efficiency $DQE(u,v) = SNR_{\text{Eingang}}/SNR_{\text{Ausgang}}$
(SNR = Signal-to-Noise Ratio)

(5) Bei idealen Systemen:

- Punktbildfunktion = Dirac-Funktion (verzerrungsfreies System)
- MTF hat konstanten Wert 1 über alle Raumfrequenzen
- DQE hat konstanten Wert 1 über alle Raumfrequenzen

Bei realen Systemen:

begrenzttes Auflösungsvermögen

- Punktbildfunktion breit
- MTF fällt zu höheren Raumfrequenzen ab (artifizielle Korrelationen im Bild)
- $DQE < 1$ (Quantenrauschen, Poisson-Verteilung)

Zusammenfassung (III)

- (6) Eine Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses (DQE) führt zu einer Verminderung der Auflösung (MTF) und umgekehrt.
- (7) Messung: um Aliasing-Fehler zu vermeiden, muss das Abtasttheorem eingehalten werden:
 - Abtastrate mindestens doppelt so groß, wie höchste im abzubildenden Objekt enthaltene Raumfrequenz
- (8) Tapering, falls Objekt nicht bandbegrenzt
(Minimierung breitbandiger artifizieller Anteile im Bild)
- (9) Nachbearbeitung des Bildes:
 - Rauschkontaminationen können durch Filterung minimiert werden
 - Filter geeignet wählen!