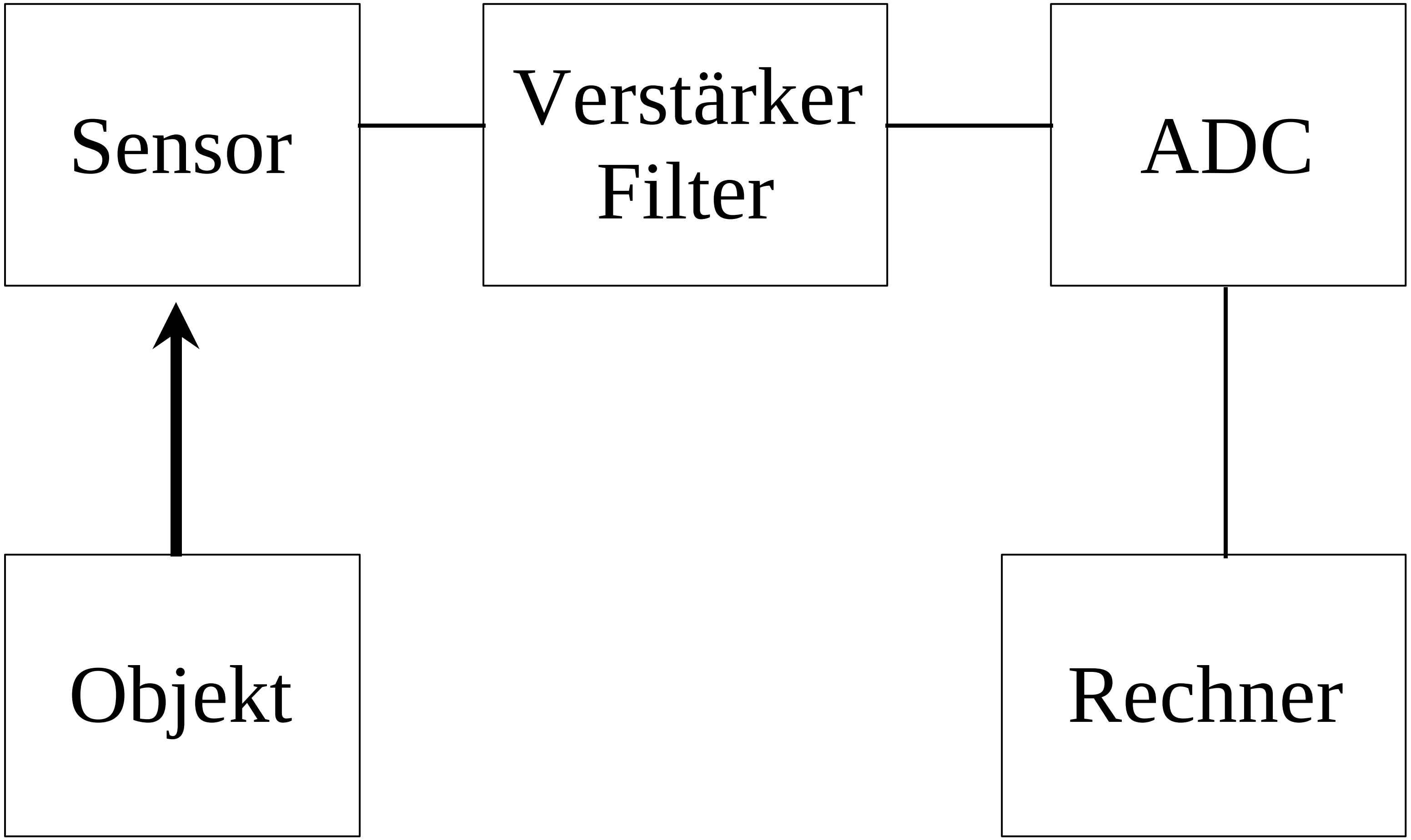
Datenaquisition



Datenaquisition

Verstärker:

- linearer Arbeitsbereich
- linearer Frequenzgang

- Vorkehrungen gegen Übersteuerung
  (trends, shot noise)
- Verstärkerrauschen und -driften

Arbeitsbereich an Signal anpassen !

Datenaquisition

Filter:

- Hoch-, Tief-, Bandpaß, Bandstop, Notch
- Grenzfrequenz
- Steilheit
- Phasen-Dispersion

- Antialiasing

Datenaquisition

ADC:

- Genauigkeit
- Quantisierungs-Fehler

  (Beispiel: 10 bit ADC

  0 - 10,24 V

  Einzelwert $$q = \frac{10{,}24}{2^{10}} = 0{,}01\ \text{V}$$

  Quantisierungsfehler (q/2) = 0,005 V

- **Signal optimal anpassen (Verstärker !)**

Datenaquisition

Abtastintervall: *Nyquistfrequenz*

$$v_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} v(t)\delta(t - n\Delta t)$$ oder

$$v_n = v(n\Delta t); \quad n = \ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$$ Abtastwerte

Δt Samplinginterval

$$f_{Nyquist} \equiv \frac{1}{2\Delta t}$$

Beispiel: Kritisches Abtasten einer Sinuswelle

2 Abtastwerte pro Zyklus

Datenaquisition

Abtastintervall: *Sampling-Theorem*

Die kontinuierliche Funktion *v(t)* sei **bandbegrenzt** und mit einem Samplingintervall Δt abgetastet, d.h.

$$S(f) = 0 \quad \forall |f| > f_{Nyquist}$$

wobei $S(f)$ die Fouriertransformierte von *v(t)* ist. Dann ist *v(t)* vollständig durch die Abtastwerte v_n bestimmt:

$$v(t) = \Delta t \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v_n \frac{\sin\left[2\pi f_{Nyquist}(t - n\Delta t)\right]}{\pi(t - n\Delta t)}$$

Datenaquisition

Abtastintervall: *Aliasing*

- tritt auf beim Abtasten einer nicht-bandbegrenzten kontinuierlichen Funktion

$$S(f) \neq 0 \quad |f| > f_{Nyquist}$$

- diese spektralen Anteile werden in das Intervall

$$|f| \leq f_{Nyquist}$$

gefaltet.

Lösung:

(1) natürliche Bandbreite des Signals *a priori* bekannt oder durch **Filterung vor dem Abtasten** begrenzen

(2) adäquat abtasten

Trendanalysen

Modellannahme: $v(t) = T(t) + \sum_{i=1}^{k} A_i \sin(2\pi f_i t) + R(t)$

$T(t)$ *Trendfunktion*

$R(t)$ *Rauschterm*

Trendfunktionen

$T(t) = at + b$ linear

$T(t) = \dfrac{a}{1 + be^{-ct}}$ logistisch

Datenvorbehandlung

Filterung im Zeitbereich:

Tiefpaß-Filter

- Trendschätzer
- gleitende Mittelung $$\tilde{v}(t) = \frac{1}{2k+1} \sum_{i=-k}^{k} v(t+i)$$

- Reduktion von Schwingungen mit max. Periodendauer $2k$

- digitale Realisation von Tiefpaß-Filtern im Zeitbereich

Datenvorbehandlung

Filterung im Zeitbereich:

Hochpaß-Filter

- Trendeliminatoren
- Differenzenfilter

$$\tilde{v}(t) = v(t) - \bar{v}(t)$$

Differenz zum gleitenden Mittel
(demeaning)

$$\tilde{v}_t^{(1)} = v(t+1) - v(t)$$

Differenzbildung 1. Ordnung
(Eliminierung konst. Trends)

$$\tilde{v}_t^{(2)} = v(t+2) - v(t+1) + v(t)$$

Differenzbildung 2. Ordnung
(Eliminierung linearer Trends)

- digitale Realisation von Hochpaß-Filtern im Zeitbereich

Datenvorbehandlung

Filterung im Zeitbereich:

Design linearer Filter (Tief-, Hoch-, Bandpaß, Notch)

Ansatz:

Sei x_k der Input und y_n der Output eines Filter

$$y_n = \sum_{k=0}^{K} c_k x_{n-k} + \sum_{j=1}^{J} d_j y_{n-j}$$

$$c_k \quad d_j \quad \textit{Filterkoeffizienten}$$

$J = 0$ nichtrekursiver oder finite impulse response (FIR) Filter

$J \neq 0$ rekursiver oder infinite impulse response (IIR) Filter

Datenvorbehandlung

Filterung im Zeitbereich:

Design linearer Filter

Bestimmung der Filterkoeffizienten

- "inverses Problem"
- spezielle Verfahren
  (z.b. *bilineare Transformation*)
- Lehrbücher

  R.W. Hamming. Digital Filters. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1977

  L.R. Rabiner und B. Gold. Theory and Application of digital signal processing. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1975

  Press et al. und Stearns

Datenvorbehandlung

Filterung im Frequenzbereich

Filterung: Faltung der Funktion *v(t)* mit
geeigneter Filterfunktion *g(t)*

Idee: Ausnutzung des Faltungstheorems

$$v(t) * g(t) \Leftrightarrow V(f)G(f)$$

V(f), G(f) Fouriertransformierte von v(t), g(t)

Faltung im Zeitbereich entspricht Multiplikation im Frequenzbereich

Datenvorbehandlung

Filterung im Frequenzbereich

Filterantwortfunktion

$$G(f) = \frac{\sum_{k=0}^{K} c_k e^{-2\pi i k (f\Delta t)}}{1 - \sum_{j=1}^{J} d_j e^{-2\pi i j (f\Delta t)}}$$

Bestimmung der Filterkoeffizienten analog wie bei Zeitbereichsfiltern

Datenvorbehandlung

Filterung im Frequenzbereich

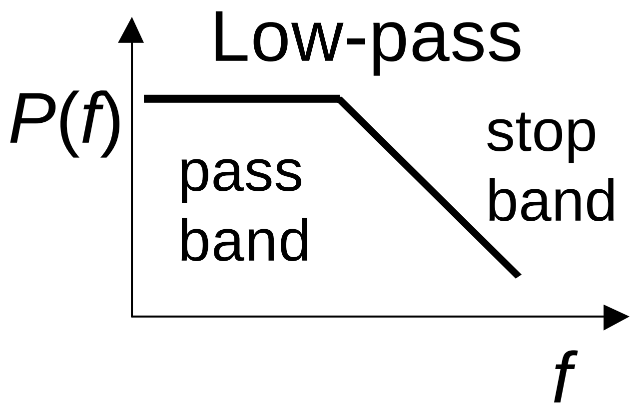
Beispiel:

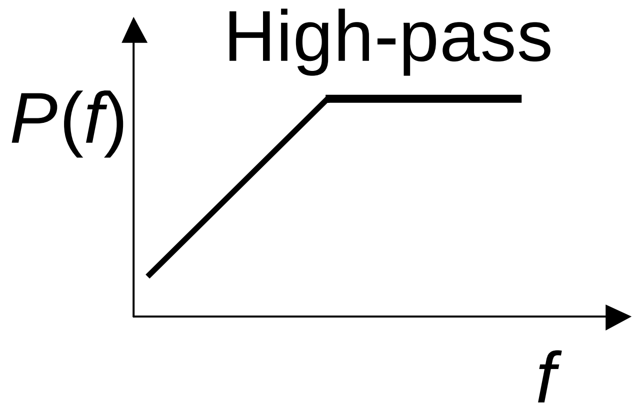
Tiefpaß-Butterworth-Filter *n*-ter Ordnung (IIR)

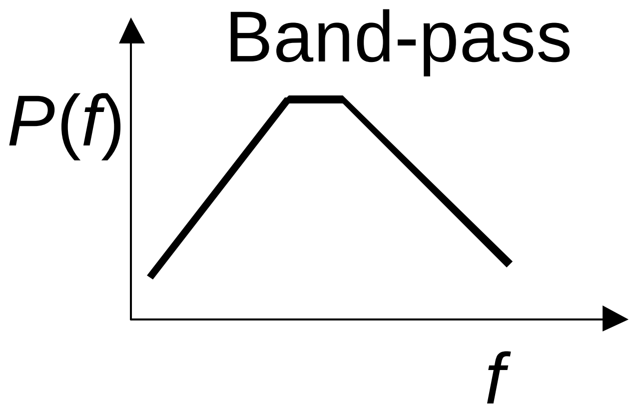
$$G(f) = \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_c} \right)^{2n}}$$

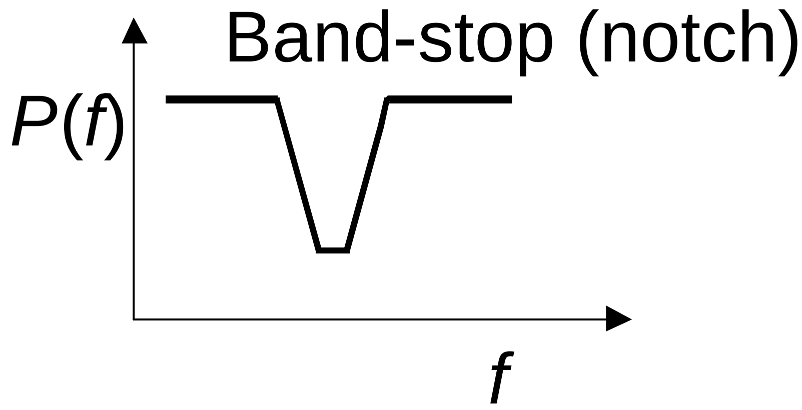
f_c Cutoff-Frequenz

Datenvorbehandlung: Filter









Datenvorbehandlung

Filterung im Zeitbereich:

- ineffizient
- Echtzeitanwendung
- Phasendispersion
  (time-reversal Filterung)

Filterung im Frequenzbereich:

- effizient
- Phase ?