

*Medizinische Physik:
Physikalische Grundlagen der Analyse biomedizinischer Signale*

*Physics in Medicine:
Physical Fundamentals of Analyzing Biomedical Signals (D/E)*

Klaus Lehnertz

Winter Term 2003 / 2004

- ▶ Einführung in die Theorie nichtlinearer dynamischer Systeme
- ▶ Charakterisierende Maße
- ▶ Biosignale und Biosignalerfassung
- ▶ Anwendungen (Medizin, Physik, Biologie)

Literatur

Physik:

- H.G. Schuster: Deterministic Chaos. 2nd edition, VCH-Verlag, Weinheim (1989)
- E. Ott: Chaos in dynamical systems. Cambridge University Press, Cambridge UK (1993)
- H. Kantz, T. Schreiber: Nonlinear time series analysis.**
Cambridge University Press, Cambridge (1997)

Medizin:

- E. Basar, T.H. Bullock: Brain Dynamics. Series in Brain Dynamics Vol. 2, Springer, Berlin (1989)
- E. Basar: Chaos in Brain Function. Springer, Berlin (1990)
- E.R. Kandel, J.H. Schwartz: Principles of Neural Science.**
Elsevier North Holland, New York (1991)

Zusätzliche Literatur

S.D. Stearns und D.R. Hush: Digitale Verarbeitung analoger Signale. Oldenbourg, München (1994).

A.V. Oppenheim und A.S. Willsky: Signale und Systeme. VCH, Weinheim, 1989

B.R. Martin: Statistics for Physicists. Academic Press, London, New York, 1971.

P.R. Bevington: Data reduction and error analysis for the physical sciences. McGraw-Hill, New York, 1969.

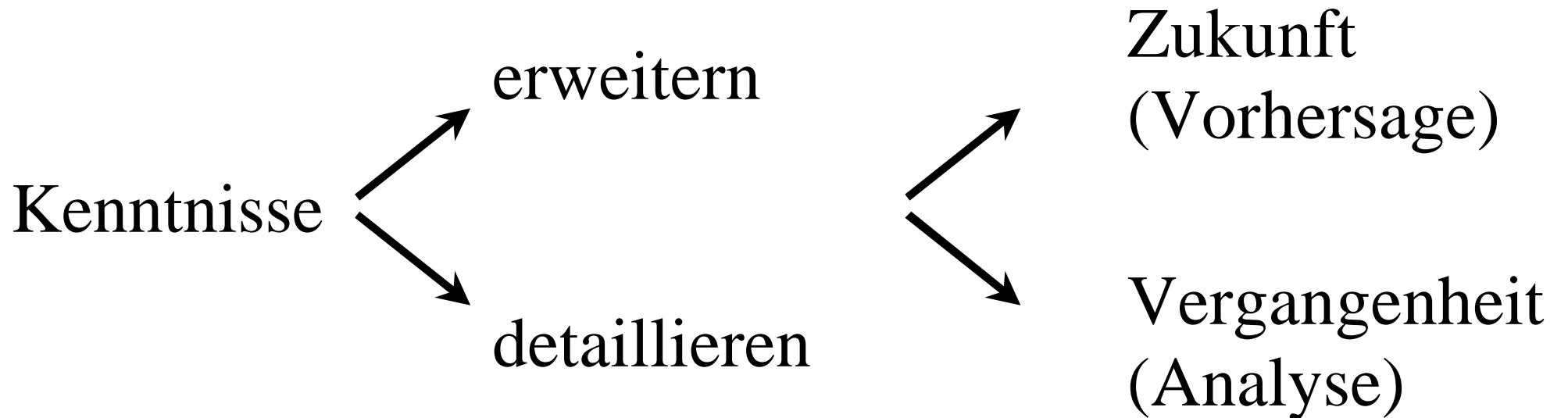
J.S. Bendat und A.G. Piersol: Random Data: Analysis and measurement procedures. Wiley Interscience, New York, 1971

W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling: Numerical Recipes. The art of scientific computing. (incl. Software in Fortran, C, Pascal) Cambridge University Press, Cambridge, 1996

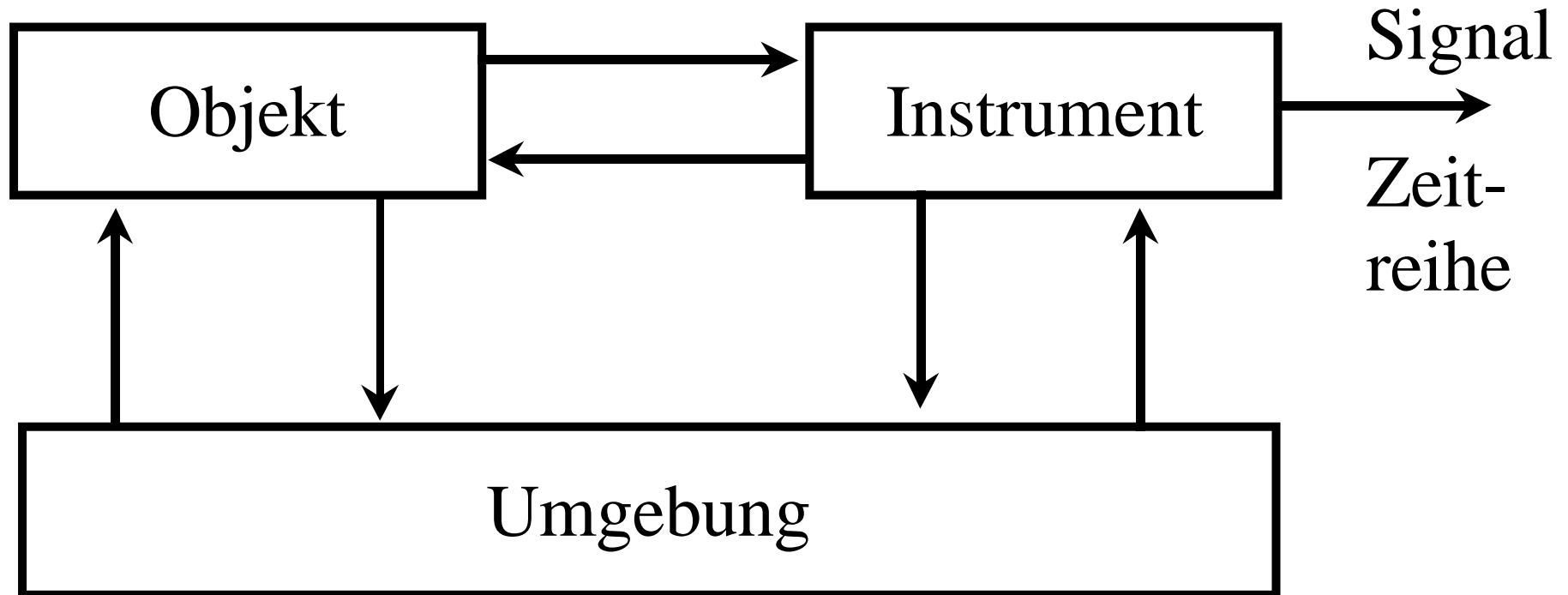
- 1778 P. Laplace (Laplacescher Dämon, "Alles ist vorhersagbar")
- 1880 W. Sierpinski (Nicht-Euklidische Geometrie,
"mathematische Monster")
- 1892 H. Poincare (Dreikörperproblem, Dimension von Mannigfaltigkeiten)
- 1919 F. Hausdorff (Erweiterung des Dimensionsbegriffs)
- 1963 E. Lorenz (Wettervorhersage)
- 1967 B. Mandelbrot (Fraktale, Selbstähnlichkeit)
- 1975 J. Yorke (deterministisches Chaos)
- 1977/78 Wege ins Chaos:
S. Grossmann/S. Thomae (Periodenverdopplung)
M. Feigenbaum (Feigenbaum Konstante),
Newhouse-Ruelle-Takens Route ins Chaos
- 1981 D. Ruelle (seltsame Attraktoren),
P. Grassberger / I. Procaccia (Korrelationsdimension)
F. Takens (Zustandsraumrekonstruktion)
- seit 1990 Nichtlineare Zeitreihenanalyse

Zeitreihenanalyse

Ziele der Zeitreihenanalyse:



Zeitreihenanalyse



beachte: Wechselwirkungen !!

Zeitreihenanalyse

Aufgaben / Fragen / Probleme

- was ist ein geeignetes Objekt ?
- was ist eine geeignete Umgebung ?
- was ist ein geeignetes Instrument ?
- wie sind die Schnittstellen charakterisiert ?

Zeitreihenanalyse

- Zeitreihe*:
- aufeinander folgende Daten
 - experimentell gewonnen oder Modelldaten
 - zeitabhängig

$$(v_i, v_{i+\Delta t}, \dots, v_{i+n\Delta t})$$

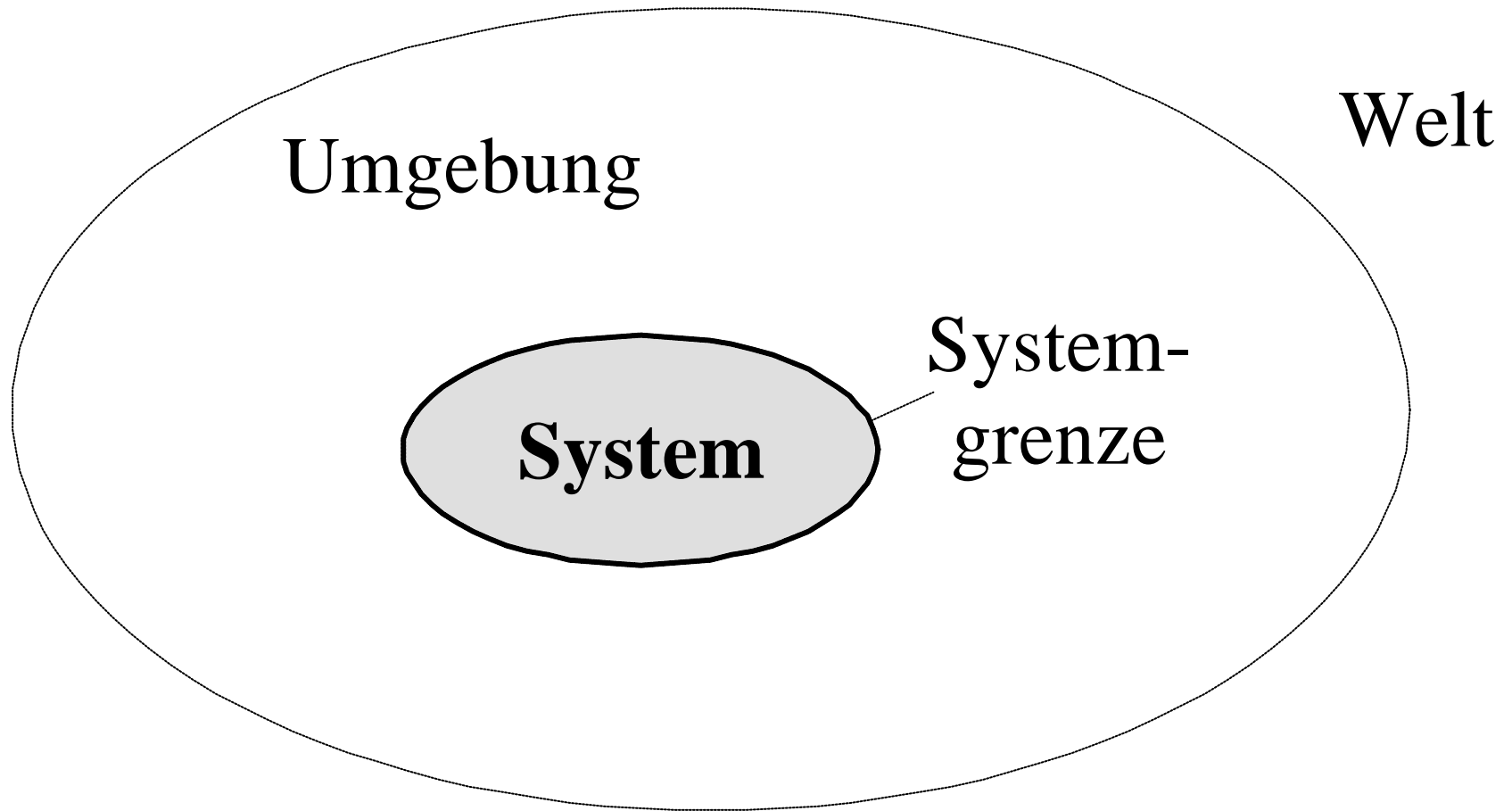
$$\Delta t$$

zeitlicher Abstand zwischen aufeinander folgenden Werten
(*Abtastintervall* bei experimentell gewonnenen Daten)

Zeitreihenanalyse

	Experiment:	Modell:
Länge der Zeitreihe	meist begrenzt	beliebig
Abtast- intervall	begrenzt	beliebig
Genauig- keit	A/D-Wandler Rauschen	beliebig

System



Wirkung System \leftrightarrow Umgebung ?

offenes System
isoliertes System

nichtlineare dynamische Systeme

dynamische Systeme:

- Systeme mit Krafteinwirkung ($\delta\upsilon\nu\alpha\mu\iota\omicron = \text{Kraft}$)
- **zeitabhängige** Systemzustände
- Zustandsänderung abhängig vom momentanen Zustand



deterministisch

gleiche Umstände - gleiche Entwicklung

stochastisch

gleiche Umstände - stochastische Entwicklung,
Wahrscheinlichkeitsverteilung abh. vom momentanen
Zustand

nichtlineare dynamische Systeme

dynamische Systeme:

- beschrieben durch **zeitabhängige Zustandsgrößen** $\mathbf{x} \in R^n$
- Zeitentwicklung der Zustandsgrößen gegeben durch:

kontinuierlich

Satz von Differentialgleichungen
und Anfangsbedingungen $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t, \lambda)$$

$\lambda =$ Kontrollparameter

diskret

Satz von Differenzgleichungen
(Abbildungen)

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_t, T, \lambda)$$

$\mathbf{f}, \mathbf{F}: R^n \rightarrow R^n$ reellwertige Vektorfunktionen

\mathbf{f}, \mathbf{F} sind bei nichtlinearen dynamischen Systemen nichtlinear

Nichtlinearität / Linearität

nichtlineare

einfache

Gleichungen können

Lösungen besitzen

lineare

komplizierte

was passiert bei Änderungen der Parameter / Startwerte / ... ?

System

Effekt

linear
nichtlinear



proportional
nichtproportional

Medizin

Physik

Chemie

Biologie

Kultur-
wissenschaften



Geowissen-
schaften
(Meteorologie)

Wirtschafts-
wissenschaften

Politik/
Militär

Ingenieurs-
wissenschaften

Anwendungsbereiche in der Physik

Festkörper- physik

Strukturbildung
Phasenübergänge
Spinwellen
...

Fluidmechanik

Übergang zu Turbulenz
Kristallwachstum aus
Schmelzen
Flüssigkeitsoberflächen

Laserphysik

Laserstabilität
Halbleiterlaser
gekoppelte Laser

Mechanik

nichtlineare Oszillatoren
gekoppelte/getriebene Pendel
magnetomechanische Schwinger
Torsionsstäbe / -drähte

Nichtlineare Dynamik

Optik

optogalvanische Systeme
nichtlineare Optik

Akustik

Schallerzeugung durch
Laser
Musikinstrumente

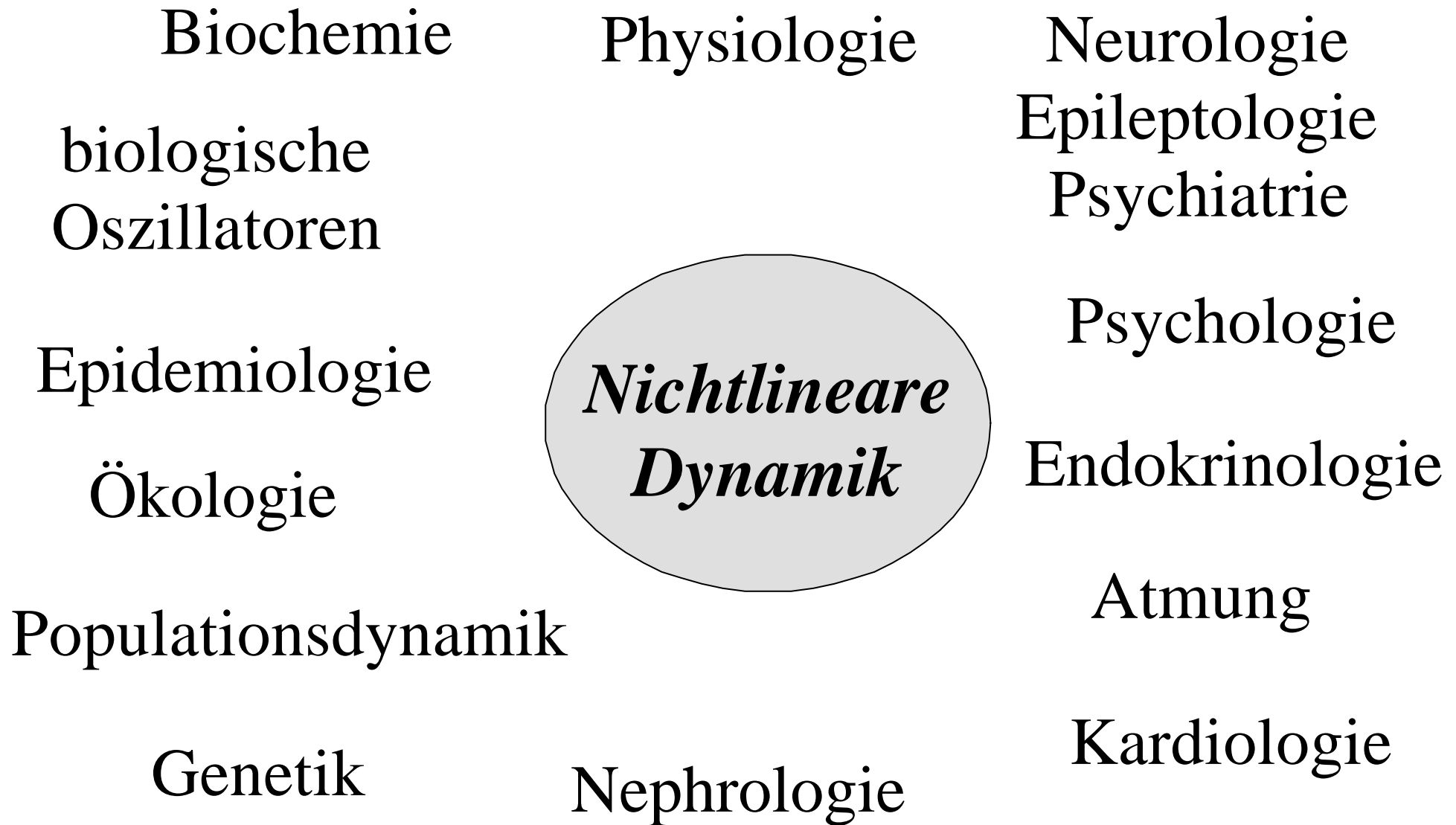
Astronomie/ Astrophysik

Sonnensystem
Sternbewegung
Sonnenflecken
Pulsare/Quasare
Galaxienverteilung

Plasmaphysik

Schwingungen in Gasentladungen
Musterbildung
Plasmawellen

Anwendungsbereiche in Medizin / Biologie

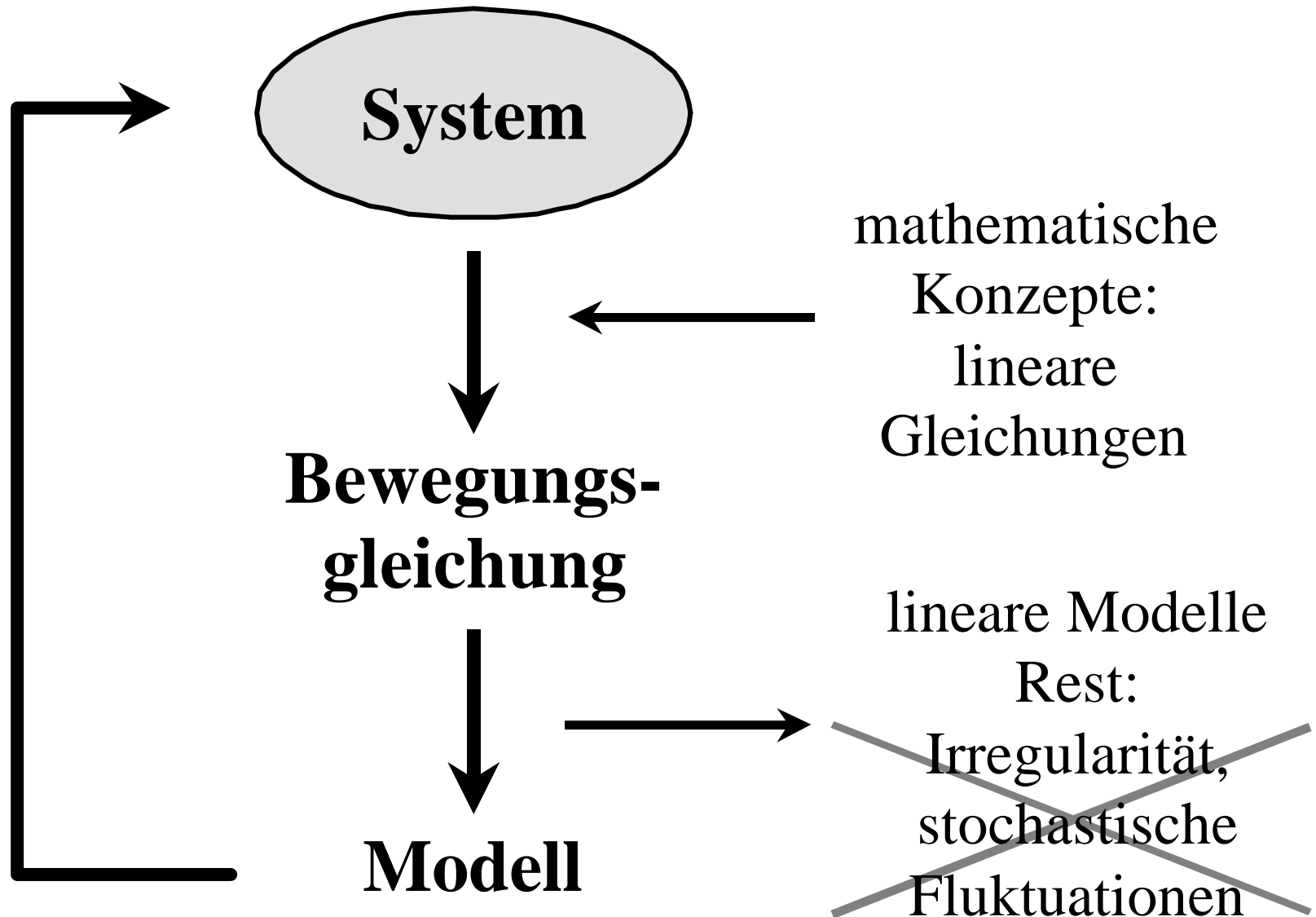


nichtlineare Dynamik

Nichtlineare Systeme sind eigentlich Regelfall

Lineare Systeme sind Spezialfall

Das pragmatische Bild der linearen Natur



Jules Henri Poincaré:

- franz. Mathematiker und Physiker
- * 1854 † 1912
- Theorie der automorphen Funktionen
- Homologietheorie
- Dreikörperproblem
- *Dimension von Mannigfaltigkeiten*



Waclaw Sierpinski:

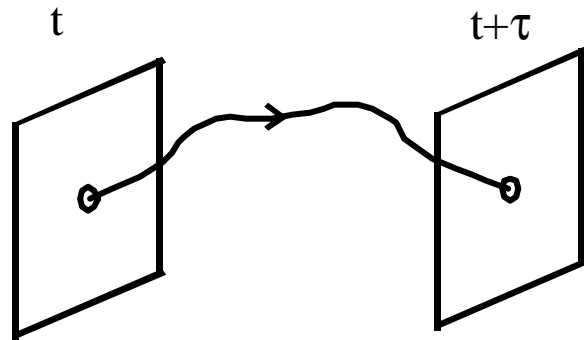
- poln. Mathematiker
- * 1882 † 1969
- Mengenlehre, Theorie reeller Funktionen, Zahlentheorie
- *Topologie*



Nichtlinearität und Kausalität

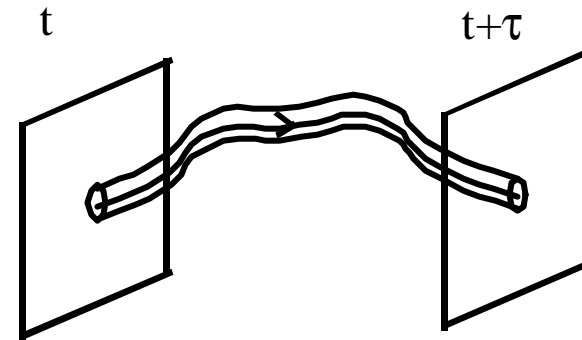
Lineare Systeme

schwache Kausalität:
gleiche Ursachen haben
gleiche Wirkungen



starke Idealisierung;
keine Berücksichtigung
experimenteller Situationen

starke Kausalität:
ähnliche Ursachen haben
ähnliche Wirkungen

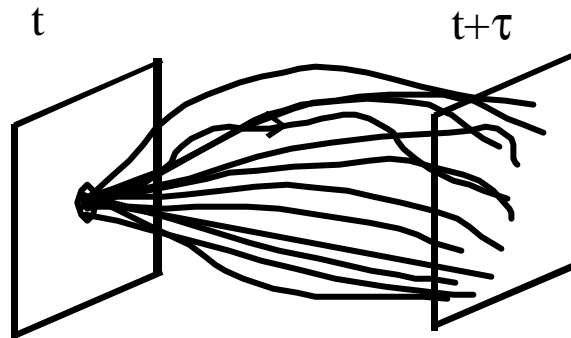


schließt schwache Kausalität ein;
berücksichtigt experimentelle
Situationen: kleine Abweichung in
Anfangsbedingungen; Störungen des
Systems; systematische Fehler, ...

Nichtlinearität und Kausalität

Nichtlineare Systeme

*Verletzung der starken Kausalität:
ähnliche Ursachen haben
unterschiedliche Wirkungen*



- sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen
deterministisches Chaos
- Musterbildung
"das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile"
Selbstorganisation

Prozess-Charakterisierung

reguläre Prozesse	chaotische Prozesse	Rauschen / Zufall
deterministisch	deterministisch	stochastisch
Langzeitvorhersagen möglich	Vorhersagen möglich	Vorhersagen unmöglich
starke Kausalität	Verletzung der starken Kausalität	unkontrollierte Einflüsse
	Nichtlinearität	äussere Störungen

Chaos (Alltagsgebrauch)

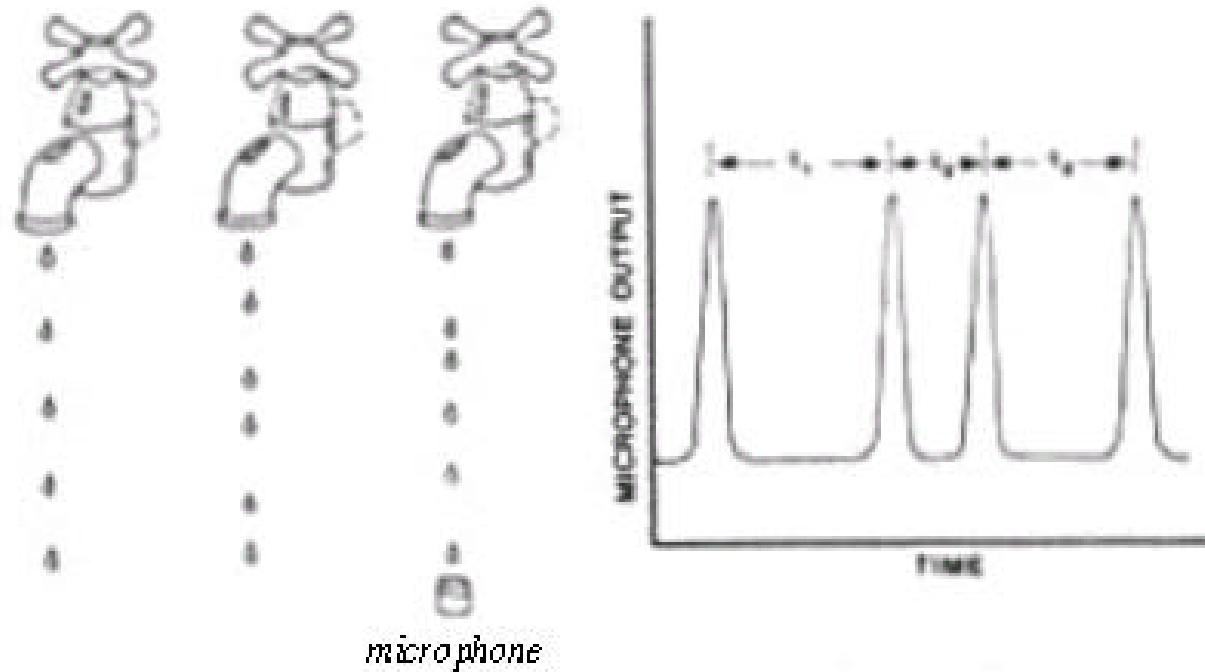
- Zustand der Unordnung und Irregularität

deterministisches Chaos

- irreguläres (nichtperiodisches) Verhalten von Zustandsvariablen
- unvorhersagbar oder nur für einen kurzen Zeitraum
- deterministische Bewegungsgleichungen (im Unterschied zu stochastischen Systemen)
- Instabilitäten und Wiederkehrverhalten

Elementare Beispiele:

tropfender Wasserhahn (Shaw, 1984)



The dripping tap experiment. Plot of output from experiment is shown at right.

Elementare Beispiele:

elektrischer Schwingkreis

Schwingung mit $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

alternierender Energiefluß:

elektr. Energie (Kondensator) \leftrightarrow magn. Energie (Spule)



Diode im elektr. Schwingkreis

Duffing Gleichung: $\ddot{x} + 2\gamma \dot{x} + \omega_0^2 x + \beta x^3 = f(t)$



kubische Nichtlinearität

Elementare Beispiele:

Duffing Oszillator

- es existiert keine analytische Lösung
- Superpositionsprinzip gilt nicht mehr
(Linearkombination von Lösungen keine Lösung der DGL)
- Systemverhalten qualitativ reicher (Bifurkationen)
- Sensitivität gegenüber Anfangsbedingungen / Veränderung der Systemparameter

Elementare Beispiele:

Logistische Abbildung

$$x_{n+1} = rx_n (1 - x_n)$$

$$x_n \in [0,1]$$

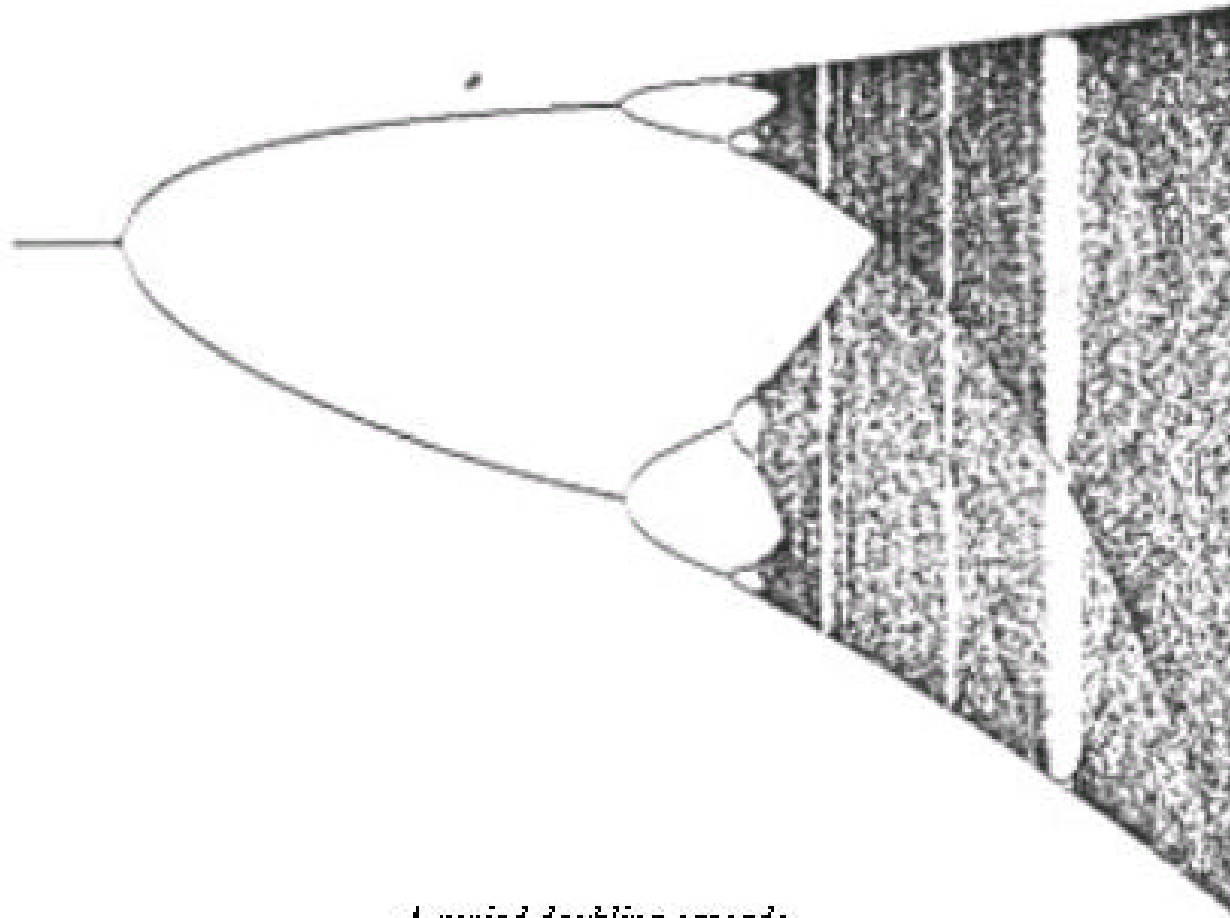
$$r \in [0,4]$$

quadratische Term erzeugt in Abhängigkeit von r eine reichhaltige Dynamik, z.B.:

$r = 3,1$ System springt zwischen 2 Werten (Periode 2)

$r = 4$ starke Ähnlichkeit zu Rauschen

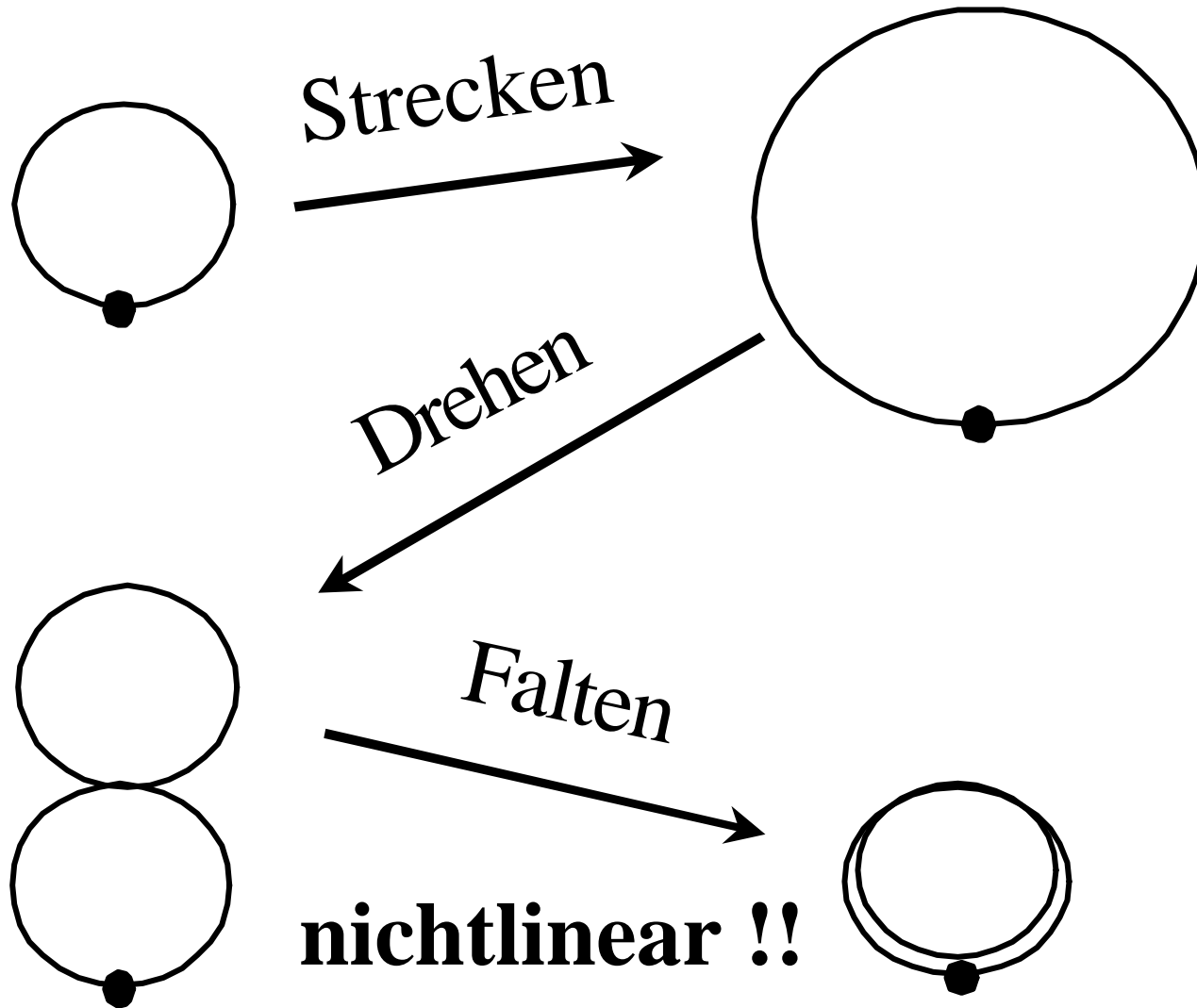
Bifurkationsdiagramm (Feigenbaumdiagramm):



A period doubling cascade.

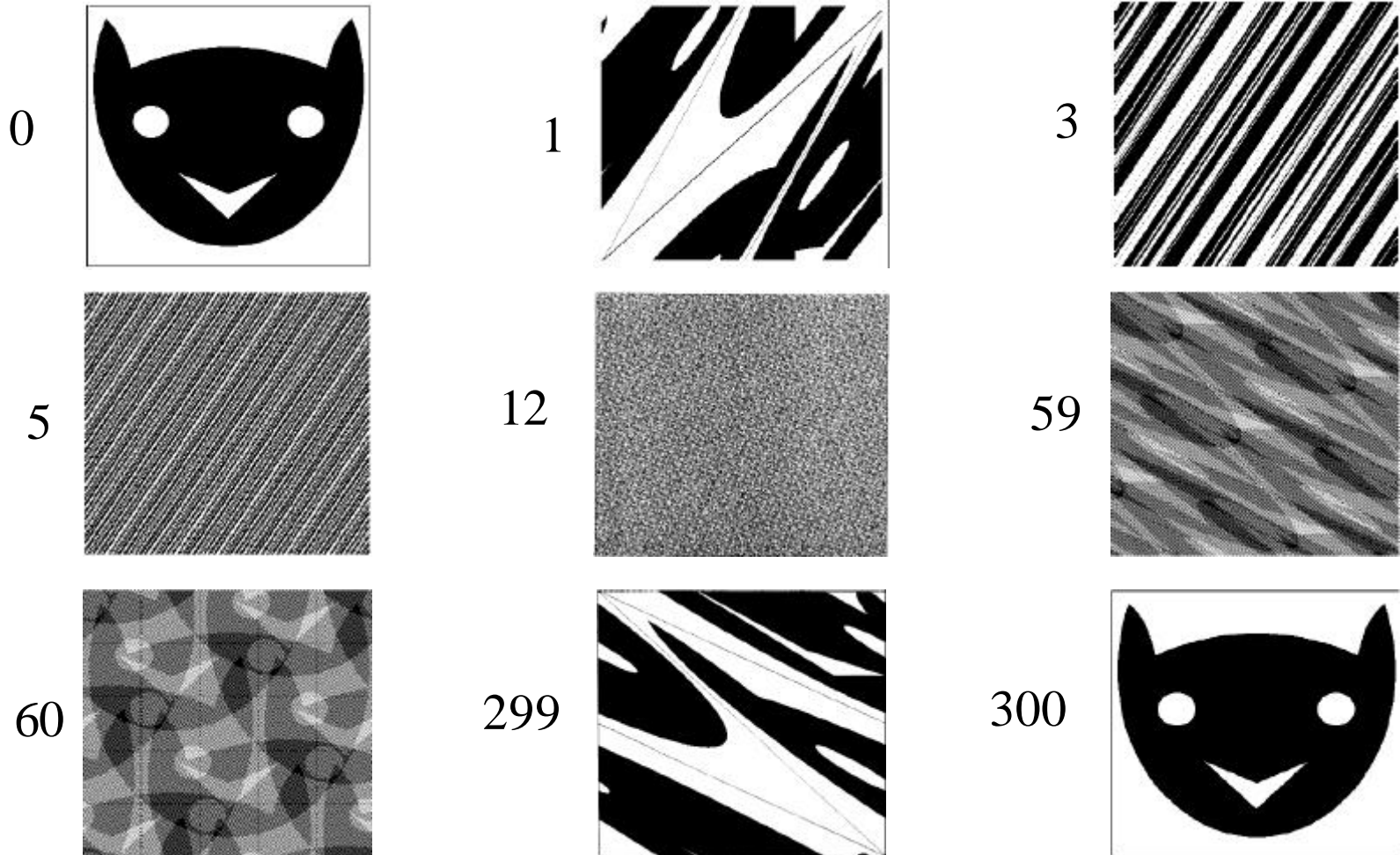
wesentliche Eigenschaften: Periodenverdopplung, Übergang in "chaotischen Bereich", periodische Fenster

deterministische Grundoperationen:





Poincarésche Wiederkehr: Arnolds Katze



Zusammenfassung:

nichtlineare dynamische Systeme:

- es existiert keine analytische Lösung der nichtlinearen DGL
- das Systemverhalten ist qualitativ reicher
 - Veränderung der Systemdynamik bei Variation der Systemparameter (Bifurkationen)
 - deterministisches Chaos
- Aufschluß über Langzeitverhalten des Systems:
Darstellung im *Phasenraum*